Blok 2 - Vaardigheden

bladzijde 138

1a $f'(x) = 4x^3 - 3x^{\frac{1}{2}}$

b $f(x) = x^4(x^5 + x^{-3}) = x^9 + x$

$f'(x) = 9x^8 + 1$

c $f(x) = x^3\sqrt{x} = x^3 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{3\frac{1}{2}}$

$f'(x) = 3\tfrac{1}{2}x^{2\frac{1}{2}} = 3\tfrac{1}{2}x^2\sqrt{x}$

d $f(x) = 2x^4 \cdot (3\sqrt{x} - 1) = 2x^4 \cdot (3x^{\frac{1}{2}} - 1) = 6x^{4\frac{1}{2}} - 2x^4$

$f'(x) = 27x^{3\frac{1}{2}} - 8x^3 = 27x^3\sqrt{x} - 8x^3$

2a $f(t) = (-t^3 + 3)(t^2 - 3) = -t^5 + 3t^3 + 3t^2 - 9$

$f'(t) = -5t^4 + 9t^2 + 6t$

b $K'(t) = \dfrac{(-t+1)\cdot 4t^3 - -1(t^4 - 4)}{(-t+1)^2} = \dfrac{-4t^4 + 4t^3 + t^4 - 4}{(-t+1)^2} = \dfrac{-3t^4 + 4t^3 - 4}{(-t+1)^2}$

c $S(t) = 3(4t^2 - 1)(t - 1) = (12t^2 - 3)(t - 1) = 12t^3 - 12t^2 - 3t + 3$

$S'(t) = 36t^2 - 24t - 3$

d $g(x) = \dfrac{4x\sqrt{x} - 4}{x^2} = \dfrac{4x^{1\frac{1}{2}}}{x^2} - \dfrac{4}{x^2} = 4x^{-\frac{1}{2}} - 4x^{-2}$

$g'(x) = -2x^{-1\frac{1}{2}} + 8x^{-3} = -\frac{2}{x^{1\frac{1}{2}}} + \frac{8}{x^3} = -\frac{2}{x\sqrt{x}} + \frac{8}{x^3}$

3a $f'(x) = 6(3x-1)^{-2} \cdot 3 = 18(3x-1)^{-2} = \frac{18}{(3x-1)^2}$

b $f'(x) = -\left(\dfrac{(3x-1)\cdot 0 - 3\cdot 6}{(3x-1)^2}\right) = -\left(\dfrac{-18}{(3x-1)^2}\right) = \left(\dfrac{18}{(3x-1)^2}\right)$

c $f(x) = \frac{4(3x-1)}{3x-1} - \frac{6}{3x-1} = \frac{12x-10}{3x-1}$ dus $a = 12$ en $b = -10$

d $f'(x) = \dfrac{(3x-1)\cdot 12 - 3(12x-10)}{(3x-1)^2} = \dfrac{36x - 12 - 36x + 30}{(3x-1)^2} = \dfrac{18}{(3x-1)^2}$

4a $f'(x) = 2(4x^3 + 3x^2)(12x^2 + 6x)$

b $f(x) = 16x^6 + 24x^5 + 9x^4$; $f'(x) = 96x^5 + 120x^4 + 36x^3$

bladzijde 139

5 $f'(-2) \approx 0{,}122$; $f'(0) \approx 1{,}099$; $f'(5) \approx 266{,}963$

6a $A(20) = 1,5 + \frac{490}{93 \cdot 20 + 140} = 1,745$

$\frac{1,745}{5} \cdot 100 = 34,9\%$ dus het beoogde doel wordt bereikt.

b $\dfrac{490}{93t + 140}$ wordt kleiner naarmate t toeneemt.

c $\dfrac{490}{93t + 140}$ nadert voor grote waarden van t naar nul dus A nadert naar 1,5.
Het percentage wordt op de duur teruggebracht naar $\frac{1,5}{5} \cdot 100 = 30\%$.

d $A(t) = 1,5 + 490(93t + 140)^{-1}$

$$A'(t) = -490(93t + 140)^{-2} \cdot 93 = -\frac{45570}{(93t + 140)^2}$$

e $$-\frac{45570}{(93t + 140)^2} = -0,05$$

$$(93t + 140)^2 = \frac{45570}{0,05}$$

$$93t + 140 = \sqrt{\frac{45570}{0,05}}$$

$$t = \frac{\sqrt{\frac{45570}{0,05}} - 140}{93} \approx 8,8$$

Na ongeveer 9 jaar neemt de hoeveelheid afval af met een snelheid van 0,05 miljoen ton per jaar.
Je kunt de oplossing van de vergelijking ook met je rekenmachine berekenen.

f $B = 5 \cdot 0,95^t$ met $t = 0$ is 1 januari 2010 en t in jaren en B is het aantal miljoenen ton afval per jaar.

g Gebruik je rekenmachine om $1,5 + \frac{490}{93t + 140} = 5 \cdot 0,95^t$ op te lossen. Dit geeft als oplossing $t \approx 20,6$ dus na ongeveer 21 jaar geven beide modellen dezelfde hoeveelheid.

h $A'(21) \approx -0,01$ en $B'(21) \approx -0,09$
Bij model A 0,01 miljoen ton per jaar en bij model B 0,09 miljoen ton per jaar.

i Bij dit model zou de jaarlijkse hoeveelheid afval naar nul naderen.

7a $3t + 7 \approx -2(5 - 7t)$
$3t + 7 = -10 + 14t$
$11t = 17$
$t = \frac{17}{11} = 1\frac{6}{11}$

b $(4x - 3)^2 = 121$
$4x - 3 = 11$ of $4x - 3 = -11$
$4x = 14$ of $4x = -8$
$x = 3\frac{1}{2}$ of $x = -2$

c $6p^2 - p - 12 = 0$
$$p = \frac{1 \pm \sqrt{289}}{12} = \frac{1 \pm 17}{12}$$
$p = -1\frac{1}{3}$ of $p = 1\frac{1}{2}$

d $2a^2 + 3a + 5 = 4a - 20$
$2a^2 - a + 25 = 0$
$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 25 = -199$
Geen oplossing.

e $(3x - 1)(2x + 7) = 0$
$3x - 1 = 0$ of $2x + 7 = 0$
$x = \frac{1}{3}$ of $x = -3\frac{1}{2}$

f $(x + 2)(2x - 7) = x + 5$
$2x^2 - 4x - 19 = 0$
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{168}}{4}$$
$x = 1 \pm \frac{1}{4}\sqrt{168} = 1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{42}$

g $(3b - 1)^2 = 2b$
$9b^2 - 8b + 1 = 0$
$$b = \frac{8 \pm \sqrt{28}}{18} = \frac{4}{9} \pm \frac{1}{9}\sqrt{7}$$

h $(2N - 15)(N^2 - 9) = 0$
$2N - 15 = 0$ of $N^2 - 9 = 0$
$N = 7\frac{1}{2}$ of $N = -3$ of $N = 3$

bladzijde 140

8a $2^{1-3x}=16$
$2^{1-3x}=2^4$
$1-3x=4$
$-3x=3$
$x=-1$

b $x^2(x-1)=2x^2$
$x^2=0$ of $x-1=2$
$x=0$ of $x=3$

c $\dfrac{1}{x+2}=x+2$
$(x+2)^2=1$
$x+2=-1$ of $x+2=1$
$x=-3$ of $x=-1$

d $2\cdot 4^x-13=115$
$2\cdot 4^x=128$
$4^x=64$
$4^x=4^3$
$x=3$

e $\dfrac{4}{0,1x-1}=4$
$0,1x-1=1$
$0,1x=2$
$x=20$

f $2^x(3x-2)=4\cdot 2^x$
$3x-2=4$
$3x=6$
$x=2$

g $\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{2}{x+1}$
$3(x+1)=2(x-1)$
$3x+3=2x-2$
$x=-5$

9a Voor $t=10$ heeft de formule geen betekenis.

b $TK=\dfrac{50}{10\frac{1}{4}-10}+60=260$. Na $10\frac{1}{4}$ maand zijn de ontwikkelkosten € 260.000,-.

c $\dfrac{50}{t-10}+60=50$

$\dfrac{50}{t-10}=-10$

$t-10=-5$ geeft $t=5$.
De voorbereidingstijd bedraagt 5 maanden.

d Voor grote waarden van t gaat de term $\dfrac{50}{t-10}$ naar nul en zal TK naar 60 naderen.

bladzijde 141

10a De groeifactor is 0,9525 per 10 jaar.
Dat is $0,9525^{\left(\frac{25}{10}\right)}\approx 0,8854$ per 25 jaar.
De afname is $100-88,54=11,46\%$ per 25 jaar.

b De groeifactor is 1,0108 per maand.
Dat is $1,0108^{12}\approx ,1376$ per jaar.
De rente bedraagt 13,76% per jaar.

c De groeifactor is 2 per 12 minuten.
Dat is $2^{\left(\frac{60}{12}\right)}=32$ per uur.
De procentuele groei per uur is $(32-1)\cdot 100=3100\%$.

d De groeifactor is $1+2,4=3,4$ per 50 jaar.
Dat is $3,4^{\left(\frac{1}{50}\right)}\approx 1,0248$ per jaar.
De jaarlijkse procentuele toename is 2,48%.

11 $850 \cdot 0,88^t = 775$

$0,88^t = \frac{775}{850}$ geeft $t = {}^{0,88}\log\left(\frac{775}{850}\right) = \log\left(\frac{775}{850}\right) : \log 0,88 \approx 0,7226$ km

Het hoogteverschil is 723 meter.

12a $0,1 = 10^{-1}$ en $1 = 10^0$ dus staat $10^{-\frac{1}{2}} \approx 0,32$ daar precies midden tussen.

b $10 = 10^1$ en $100 = 10^2$ dus staat $10^{1\frac{1}{2}} \approx 31,62$ daar precies midden tussen.

c $\log 30 \approx 1,48$ dus $10^{1,48} \approx 30$

$\log \frac{1}{30} \approx -1,48$ dus $10^{-1,48} \approx \frac{1}{30}$

30 staat dus net iets links van het midden tussen $10^1 = 10$ en $10^2 = 100$

$\frac{1}{30}$ staat net iets links van het midden tussen $10^{-2} = 0,01$ en $10^{-1} = 0,1$

13a Als 90% afgestorven is zullen $0,1 \cdot 10^6 = 10^5$ sporen per ml nog in leven zijn.

Bij 121 °C is dat na iets minder dan 1 minuut en bij 115°C na 3 minuten.

b In elk flesje zijn er 10^8 sporen en in 1000 flesjes zij er dan 10^{11}, dus na ongeveer 11 minuten bij 121 °C.

c Na ongeveer 33 minuten bij 115 °C is er nog 1 spore op 1000 flessen.