Hoofdstuk 5 - Hypothese toetsen

bladzijde 114

V-1a Niet iedereen heeft dezelfde kans om in deze steekproef te komen.
Het zijn klanten van de winkel.
Het zijn alleen vrouwen.
Het zijn klanten die allemaal op hetzelfde tijdstip boodschappen hebben gedaan.
De steekproef is vrij klein.

b Op verschillende tijdstippen en op verschillende plaatsen gedurende de week winkelende mensen ondervragen.

V-2a De leden van de partij vormen de populatie.

b De grootte van de steekproef is uiteindelijk 983.

c Deze steekproef is representatief als je alleen kijkt naar de mening van partijleden.
Niet als je de mening van een willekeurige Nederlander wilt weten.

d Deze conclusie kan hier wel getrokken worden, 748 van de 983 lijkt duidelijk genoeg.

e Niets, de steekproef is alleen genomen uit leden van de partij. Deze mensen zullen meer achter de partij staan dan willekeurige Nederlanders.

bladzijde 115

V-3a Door het tijdstip en de plaats heeft niet iedereen evenveel kans om in de steekproef te vallen.
Je zult het in verschillende plaatsen moeten doen (steden en dorpen) en op verschillende tijdstippen.

b Het rookgedrag kan per school verschillen.
Het zal op verschillende scholen moeten gebeuren.

c Alleen vakantiegangers die met het vliegtuig gaan worden ondervraagd.
Voor een dergelijk onderzoek kun je mensen aselect selecteren uit het bevolkingsregister.

d Alleen mensen die klant zijn in dat warenhuis kunnen in de steekproef vallen.
Mensen die hun huis niet uitdurven komen niet in deze steekproef.
Je kunt een telefonische enquête houden.

V-4 Het aantal rokende leerlingen in de steekproef is X.
X is Bin(20, 0,3) verdeeld.

$$P(X=6)=\binom{20}{6}\times 0{,}3^{6}\times 0{,}7^{14}\approx 0{,}1916$$

of met de rekenmachine:
<u>TI 83/84</u>: binompdf(20, 0.3, 6) = 0,1916
<u>Casio</u>: BINM, Bpd; x = 6, Numtrial = 20, p = 0.3; geeft 0,1916

V-5a Het aantal zessen is X.
X is Bin(12, $\frac{1}{6}$) verdeeld.
$P(X = 2) \approx 0,2961$

b $E(X) = \frac{1}{6} \cdot 24 = 4$

c X is Bin(24, $\frac{1}{6}$) verdeeld. $P(X < 5)$ bereken je met je rekenmachine.
$P(X < 5) = P(X \le 4) \approx 0,6294$
TI 83/84: binomcdf(24, $\frac{1}{6}$, 4) ≈ 0,6294
Casio: BINM, Bcd; x = 4, Numtrial = 24, p = 0.3; geeft 0,6294

d X is Bin(30, $\frac{1}{6}$) verdeeld. $P(X \ge 5)$ bereken je met je rekenmachine.
$P(X \ge 5) = 1 - P(X \le 4) \approx 1 - 0,4243 = 0,5757$
TI 83/84: 1 – binomcdf(30, $\frac{1}{6}$, 4) ≈ 0,5757
Casio: BINM, Bcd; x = 4, Numtrial = 30, $p = \frac{1}{6}$; geeft 0,4243; 1 – 0,4243= 0,5757

V-6a X is het aantal meisjes, n = 80 en p = 0,5.

b X is Bin(80 ; 0,5) verdeeld.
Meer jongens dan meisjes betekent dat X minder is dan 40.
$P(X < 40) = P(X \le 39) \approx 0,4555$

c $P(X > 60) = 1 - P(X \le 60) \approx 1 - 0,999986 \approx 0,0000$

bladzijde 116

1a X is aantal autokopers die merk A aanschaffen.
X is Bin(100; 0,30) verdeeld.

b 0,30 × 100 = 30, naar verwachting zullen dus 30 autokopers merk A aanschaffen.

c 32 is meer dan 30 dus geen enkele reden om te twijfelen aan fabrikant A.
29 is minder dan 30 maar dit kan op toeval berusten.

d 26 is wel heel weinig bij een verwachting van 30, het kan dus best zo zijn dat fabrikant A geen gelijk heeft.

2a Het resultaat van 25 kopers in plaats van 30 kan op toeval berusten.

b De kans op hoogstens 25 is $P(X \le 25)$.
Bin(100; 0,3); $P(X \le 25) \approx 0,1631$
TI 83/84: binomcdf(100, 0.3, 25) ≈ 0,1631
Casio: BINM, Bcd; x = 25, Numtrial = 100, p = 0.3; geeft 0,1631

c Bin(100, 0.3); $P(X \le 10) \approx 0,00000156$
De kans op 10 of minder is erg klein, dus de concurrent heeft waarschijnlijk gelijk.

bladzijde 117

3a X is het aantal klanten uit omliggende plaatsen.
H_0: $p \ge 0,45$, H_1: $p < 0,45$

b X is Bin(100;0,45); $P(X \le 25) \approx 0,00003$

c De steekproef is niet over de gehele dag genomen en niet over de gehele week.

d Mensen van buiten Alkmaar komen misschien meer op een zaterdag.

4a X is aantal blikken met oneetbare erwten.
Bij H_0 ga je ervan uit dat de directie van de conservenfabriek gelijk heeft.
H_0: $p \leq 0{,}15$ en H_1: $p > 0{,}15$

b 30 van de 200 is 15%, dus 30 of minder is ≤ 15%

c Het resultaat kan toeval zijn

d 15% van 20000 = 3000, dus er zijn totaal 3000 blikken onbruikbaar.
Er kan een steekproef (als deze niet goed genomen is) zijn met 200 onbruikbare blikken.

e X is Bin(200; 0,15) verdeeld.
$P(X \geq 35) = 1 - P(X \leq 34) \approx 0{,}1850$
<u>TI 83/84</u>: 1 – binomcdf(200, 0,15, 34) ≈ 0,1850
<u>Casio</u>: BINM, Bcd; $x = 34$, Numtrial = 100, $p = 0.15$; geeft 0,8150; 1 – 0,8150 = 0,1850

f $P(X \geq 50) = 1 - P(X \leq 49) \approx 0{,}0002$; deze kans is wel heel erg klein.
Het is dus niet aannemelijk dat de directie gelijk heeft.

bladzijde 118

5a De populatie is veel te groot, dus dit neemt veel te veel tijd in beslag en is veel te duur.

b Je gaat uit van de H_0 hypothese. 40% van 1000 is 400 oppositiestemmers

c Bij 398 wel want dat is maar iets minder dan 400.
Bij 300 niet meer want dat is maar 30% van 1000.

d X is Bin(1000; 0,4) verdeeld.

e $P(X \leq 398) \approx 0{,}4623$
$P(X \leq 300) \approx 0{,}0000$
$P(X \leq 370) \approx 0{,}0280$

6a X is Bin(1000; 0,4) verdeeld.
$P(X = 400) \approx 0{,}0257$; de kans dat *precies* 400 mensen op de oppositiepartij zullen stemmen is niet zo groot.

b $P(X \leq 384) \approx 0{,}1585$

c Je verwacht 400, dus hoe verder het aantal van 400 af ligt, hoe kleiner de kans.

d

x	$P(X \leq x)$
384	0,1585
383	0,1434
382	0,1292
381	0,1160
380	0,1038
379	0,0926
378	0,0823
377	0,0728

x	$P(X \leq x)$
376	0,0643
375	0,0565
374	0,0495
373	0,0432
372	0,0375
371	0,0325
370	0,0280

e Dit geldt voor a kleiner of gelijk aan 374 (zie tabel bij d).

f $P(X \leq 363) \approx 0{,}00897$

g Bij een kans van 0,16 kan dit resultaat op toeval berusten.
Een kans van 0,01 is erg klein, dat dit op toeval berust is dit erg onwaarschijnlijk.

bladzijde 119

7a 90% is genoeg, meer dan 90% is natuurlijk ook goed.
b 47 van de 50 is meer dan 90%, er is dus geen reden om te twijfelen aan de bewering dat minstens 90% eerste kwaliteit is.
c X is het aantal goede artikelen. X is Bin(50; 0,90) verdeeld.
$P(X \leq 35) \approx 0{,}000074$. Deze kans is erg klein dus reden om H_0 te verwerpen.
d $P(X \leq 44) \approx 0{,}3839$; dit is nog een vrij grote kans. Op grond van deze uitkomst hoef je niet te twijfelen aan de nulhypothese.
e $P(X \leq 41) \approx 0{,}0579 > 0{,}05$ dus geen reden om H_0 te verwerpen.
f Als het bijstellen kostbaar is wil je er zeker van zijn dat het productieproces niet goed is.

bladzijde 120

8a X is het aantal vrouwen met voorkeur voor een dochter.
H_0: $p \geq 0{,}6$ en H_1: $p < 0{,}6$; X is Bin (227; 0,6) verdeeld.
b $P(X \leq 119) \approx 0{,}0123$
c $0{,}0123 < 0{,}05$ dus H_0 wordt verworpen, je mag dus aannemen dat het percentage vrouwen met voorkeur voor een dochter kleiner is dan 60%.

9a Minder dan 5% is zeker goed.
b De alternatieve hypothese is dat meer dan 5% van de zakjes een te laag gewicht heeft.
Dus H_1: $p > 0{,}5$.
c X is Bin(50; 0,05) verdeeld.
d $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) \approx 1 - 0{,}9622 = 0{,}0378$
Deze kans is groter dan 0,01, dus dit wordt geaccepteerd als toeval. H_0 wordt niet verworpen en de machine wordt niet bijgesteld.

bladzijde 121

10 X is het aantal pakken dat te weinig suiker bevat.
X is Bin(300; 0,03) verdeeld.
$P(X \geq 15) = 1 - P(X \leq 14) \approx 1 - 0{,}9610 = 0{,}0390$
Deze kans is kleiner dan 5% dus H_0 wordt verworpen.

11a Nee, je toont dan aan dat er naar verhouding veel mensen met een maagziekte bloedgroep A hebben maar dat wil nog niet zeggen dat er een verband is tussen de bloedgroep en de maagziekte. Het kan bijvoorbeeld zijn dat in families waar naar verhouding veel bloedgroep A voorkomt ook een erfelijke aanleg voor de maagziekte is.
b X is het aantal personen met bloedgroep A
H_0: $p \leq 0{,}424$, H_1: $p > 0{,}424$; X is Bin(238; 0,424) verdeeld.
$P(X \geq 120) = 1 - P(X \leq 119) \approx 1 - 0{,}9924 = 0{,}0076$
Deze kans is kleiner dan 0,05 dus H_0 verwerpen.
c Foute conclusies bij gezondheidsonderzoek kunnen grote gevolgen hebben.

12a X is het aantal voorstanders van een autovrije binnenstad.
De nulhypothese is de mening van de gemeenteraad dus $H_0: p \leq 0{,}5$ en $H_1: p > 0{,}5$.
X is Bin(100; 0,5) verdeeld.

b $P(X \geq 56) = 1 - P(X \leq 55) \approx 1 - 0{,}8644 = 0{,}1356$
Deze kans is kleiner dan 14% dus significant bij n = 0,14.

c X is Bin(500; 0,5)verdeeld.
$P(X \geq 269) = 1 - P(X \leq 268) \approx 1 - 0{,}9511 = 0{,}0489$
Deze kans is kleiner dan 5%, H_0 wordt verworpen.
Meer dan 50% van de inwoners is voor een autovrije binnenstad.

bladzijde 122

13a Bij een afwijking kan de munt te vaak kop of te weinig keer kop geven.

b H_1: $p \neq 0{,}5$

c X is Bin (50; 0,5) verdeeld.
18 keer kop is minder dan verwacht dus bereken je de kans op 18 keer of minder
$P(X \leq 18) \approx 0{,}0325$
32 keer kop is meer dan verwacht dus bereken je de kans op 32 of meer.
$P(X \geq 32) = 1 - P(X \leq 31) \approx 0{,}0325$

d $P(X \leq 17) = 0{,}0164$; $P(X \geq 33) = 1 - P(X \leq 32) \approx 1 - 0{,}9836 = 0{,}0164$
$P(X \leq 17) + P(X \geq 33) \approx 0{,}0164 + 0{,}0164 = 0{,}0328$

e $P(X \leq 18) + P(X \geq 32) \approx 0{,}0325 + 0{,}0325 = 0{,}0650$
Het significantieniveau ligt tussen 0,0328 en 0,0650 dus $\alpha = 0{,}05$

bladzijde 123

14a X is Bin(100; 0.5) verdeeld; $\alpha = 0{,}1$
Maak een tabel bij deze verdeling.

X	$P(X \leq x)$
40	0,0284
41	0,0443
42	0,0666
43	0,0967
44	0,1356
45	0,1841

X	$P(X \leq x)$
55	0,8644
56	0,9033
57	0,9334
58	0,9557
59	0,9716
60	0,9824

Een tweezijdige toets dus moet gelden: $P(X \leq x_{\text{links}}) < 0{,}05$ en $P(X \geq x_{\text{rechts}}) < 0{,}05$
$P(X \leq 41) \approx 0{,}0443 < 0{,}05$
$P(X \geq 59) = 1 - P(X \leq 58) \approx 1 - 0{,}9557 = 0{,}0443 < 0{,}05$
Dus voor $X \leq 41$ en $X \geq 58$ besluit je dat de munt niet zuiver is.

b $\alpha = 0{,}01$ dus $P(X \leq \text{linkergrens}) < 0{,}005$ en $P(X \geq \text{rechtergrens}) < 0{,}005$;
$P(X \leq 37) \approx 0{,}0060$; $P(X \leq 36) \approx 0{,}0033$
$P(X \geq 63) = 1 - P(X \leq 62) \approx 0{,}0060$; $P(X \geq 64) = 1 - P(X \leq 63) \approx 0{,}0033$
Dus voor $X \leq 36$ en $X \geq 64$ besluit je dat de munt niet zuiver is.

15a $H_0: p = 0{,}23$, $H_1: p \neq 0{,}23$. Tweezijdig, je mag er vanuit gaan dat het ministerie geen voorkeur voor een automerk heeft.

b $H_0: p \geq 0{,}23$, $H_1: p < 0{,}23$. Eenzijdig, het reclameblad van de importeur zal positief zijn voor het eigen merk.

16a X is aantal gezinnen met een computer. H_0: $p = \frac{2}{3}$ en H_1: $p \neq \frac{2}{3}$; X is Bin(15; $\frac{2}{3}$) verdeeld.
$\frac{12}{15} > \frac{2}{3}$ dus je moet de kans $P(X \geq 12)$ berekenen bij n $= \frac{1}{2} \cdot 0{,}05$.
$P(X \geq 12) = 1 - P(X \leq 11) \approx 1 - 0{,}7908 = 0{,}2092$
Er is dus geen reden om H_0 te verwerpen
b Het is geen aselecte steekproef

17a Verhouding kan naar twee kanten afwijken.
b Meer korrels A dan korrels B terwijl B vier keer meer dan A moet zijn.
c Een mengverhouding van 1 : 4 betekent dat er 20% van korrel A aanwezig hoort te zijn.
$0{,}2 \times (115 + 43) \approx 32$
d X is aantal korrels A, X is Bin(158; 0,2) verdeeld; H_0: $p = 0{,}2$ en H_1: $p \neq 0{,}2$.
$P(X \geq 43) = 1 - P(X \leq 42) \approx 1 - 0{,}9824 = 0{,}0176$; deze kans is kleiner dan $\frac{1}{2}\alpha$, dus H_0 wordt verworpen.
e 17 van 127 is minder dan 20% dus bereken je de kans op 17 of minder.
Bin(127; 0,2); $P(X \leq 17) \approx 0{,}0353$
Deze kans is groter dan $\frac{1}{2}\alpha$ dus H_0 niet verwerpen.
f X is aantal korrels A. X is Bin(120; 0,2) verdeeld; H_0: $p = 0{,}2$ en H_1: $p \neq 0{,}2$.
Om H_0 niet te verwerpen moet gelden dat $P(X \leq \text{linkergrens}) \geq 0{,}025$ en $P(X \leq \text{rechtergrens}) \leq 0{,}975$;
linkergrens = 16; rechtergrens = 32; dus bij 16 tot en met 32 korrels van soort A wordt de partij goed gekeurd.

bladzijde 124

18a 10 bosjes hebben een langere levensduur.
b Deze kans is 0,5.
c De H_0 hypothese is dat er geen effect is dus H_0: $p = 0{,}5$ en H_1: $p > 0{,}5$
d T is Bin(15; 0,5) verdeeld.
e $P(T \geq 10) = 1 - P(T \leq 9) \approx 1 - 0{,}8491 = 0{,}1509$; Deze kans is groter dan n.
Er is dus geen reden om H_0 te verwerpen.

bladzijde 125

19 X is aantal leerlingen met een lager cijfer.
H_0: $p \leq 0{,}5$; H_1: $p > 0{,}5$. X is Bin(26; 0,5) verdeeld.
$P(X \geq 17) = 1 - P(X \leq 16) \approx 1 - 0{,}9157 = 0{,}0843$; dit resultaat is niet significant. Je mag dus niet concluderen dat de herkansing moeilijker was.

20a Dit middel wordt alleen gebruikt als het een duidelijk positief resultaat heeft.
b X is het aantal dagen dat de kippen meer eieren leggen.
H_0: $p = 0{,}5$ en H_1: $p > 0{,}5$
X is Bin(18; 0,5) verdeeld, $X = 12$.
$P(X \geq 12) = 1 - P(X \leq 11) \approx 0{,}1189$
Deze kans is groter dan 5% dus geen reden om H_0 te verwerpen. Het middel heeft geen duidelijk positief effect.

21a X is het aantal proefpersonen met hogere bloeddruk.
Het is een tweezijdige toets met H_0: $p = \frac{1}{2}$ en H_1: $p \neq \frac{1}{2}$; X is Bin(9; 0,5) verdeeld.
$P(X \geq 7) = 1 - P(X \leq 6) \approx 0{,}0898$
Deze kans is groter dan $\frac{1}{2}\alpha$ dus geen reden om H_0 te verwerpen.
Het middel heeft geen invloed op de bloeddruk.

b Bij onderzoek of het middel bloeddruk verhogend werkt wordt H_0: $p \leq \frac{1}{2}$ en H_1: $p > \frac{1}{2}$.
H_0 verwerpen want 0,0898 is kleiner dan 0,1. Het middel werkt bloeddruk verhogend.

c Nee hij zal het middel niet gebruiken want het lijkt erop dat het middel bloeddruk verhogend werkt.

d Bij b heb je gevonden dat het middel bloeddruk verhogend werkt.

bladzijde 126

22a De score kan naar twee kanten afwijken van de verwachtingswaarde.

b X is de score. X is normaal verdeeld met $\mu = 82$; $\sigma = 4$; H_0: $\mu = 82$ en H_1: $\mu \neq 82$.
De linkergrens = 89,5 en rechtergrens = 10^{99}.
<u>TI 83/84:</u> Normalcdf (89.5, 10^99, 82, 4) ≈ 0,0304
<u>Casio:</u> NORM, Ncd, Lower: 89.5; Upper: E^99; σ: 82; μ: 4 geeft 0,0304
$P(X > 89{,}5) \approx 0{,}0304$
0,0304 is groter dan 0,025 dus H_0 niet verwerpen.
Je mag dus niet de conclusie trekken dat de kwaliteit niet goed is.

c In dit geval wordt er éénzijdig getoetst met $H_0 \leq 82$ en $H_1 > 82$.
$P(X > 89{,}5) \approx 0{,}0304$; deze kans is kleiner dan 0,05 dus H_0 verwerpen.

bladzijde 127

23a Er is een verstoring, dus minder nesten dan je verwacht.

b X is het aantal nesten. X is Norm(15,3; 3,9) verdeeld.
De linkergrens = -10^{99}; rechtergrens is 9,5
$P(X < 9{,}5) \approx 0{,}0685$
Deze kans is kleiner dan 0,1 dus H_0 verwerpen.
De openstelling heeft invloed op de broedintensiteit.

24a De standaardafwijking wordt $\frac{12}{\sqrt{25}} = 2{,}4$. Het gemiddelde is Norm(n; $\frac{12}{\sqrt{25}} = 2{,}4$) verdeeld.

b $H_0: n \geq 65$ en $H_1: n < 65$

c linkergrens = -10^{99}, rechtergrens = 60,2
<u>TI 83/84:</u> Normalcdf (-10^99, 60.2, 65, 2.4) ≈ 0,0228
<u>Casio:</u> NORM, Ncd, Lower: –1E^99; Upper: 60.2; σ: 65; μ: 2.4 geeft 0,0228
$P(G \leq 60{,}2) \approx 0{,}0228$
Deze kans is kleiner dan 0,1 dus significant, er moet dus worden gecorrigeerd.

25a Bij $n = 25$ wordt de standaardafwijking $\frac{6}{\sqrt{25}} = 1,2$.
Ga uit van een meisjeslijst dus X: Norm(174; 1,2)
linkergrens = 175 en rechtergrens = 10^{99}
$P(X > 175,0) \approx 0,2023$

b Ga uit van een jongenslijst dus X: Norm(176; 1,2)
$P(X < 175,0) \approx 0,2023$

c X is Norm(176, σ) verdeeld. $P(X < 175,0) < 0,01$.
Maak een tabel voor $P(X < 175,0)$ bij verschillende σ.
Bij $\sigma \leq 0,42$ is de kans op een foute beslissing kleiner dan 0,01.
$\frac{6}{\sqrt{n}} = 0,42;\ \sqrt{n} \approx 14,29$ dus $n \approx 204$.

bladzijde 128

26a X is het aantal keren 6; $H_0: p = \frac{1}{6}$; $H_1: p \neq \frac{1}{6}$
X: Bin(100; $\frac{1}{6}$) verdeeld

b 10 is minder dan verwacht dus bereken je de kans op 10 keer of minder
$P(X \leq 10) = 0,0427$; deze kans is groter dan $\frac{1}{2}\alpha$, dus H_0 niet verwerpen.

c 25 is meer dan verwacht dus bereken je de kans op 25 of meer.
$P(X \geq 25) = 1 - P(X \leq 24) = 1 - 0,9783 = 0,0217$
Dus H_0 wordt in dit geval wel verworpen.

27a Normaal verdeeld dus 50% rijdt harder dan 82,3 km/uur en 50% rijdt langzamer dan 82,3 km/uur.

b X is het aantal personen dat te hard rijdt. $H_0: p = 0,5$; $H_1: p \neq 0,5$
X is Bin(100; 0,5) verdeeld.
$P(X \geq 56) = 1 - P(X \leq 55) \approx 1 - 0,8644 = 0,1356$
$0,1356 > \frac{1}{2}\alpha$ dus niet significant. H_0 wordt niet verworpen.

c Je gebruikt de toets voor het gemiddelde met $H_0: \mu = 82,3$ en $H_1: \mu \neq 82,3$
G is de gemiddelde snelheid.
$n = \frac{3,8}{\sqrt{100}} = 0,38$; G: Norm(82,3; 0,38); linkergrens = 83,1; rechtergrens = 10^{99}
$P(X > 83,1) = 0,0176$; deze kans is kleiner dan $\frac{1}{2}\alpha$ dus de uitkomst is significant.
De alcohol heeft invloed op de rijsnelheid.

28a Het is een trekking zonder terugleggen.

b Kun je niets van zeggen.

c Uitgaande van H_0, dus van 15 (of meer) bruikbare motoren geldt:
$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$
$$\tfrac{8}{23} \times \tfrac{7}{22} \times \tfrac{6}{21} \times \tfrac{5}{20} \times \tfrac{4}{19} + \binom{5}{1} \times \tfrac{15}{23} \times \tfrac{8}{22} \times \tfrac{7}{21} \times \tfrac{6}{20} \times \tfrac{5}{19} + \binom{5}{2} \times \tfrac{15}{23} \times \tfrac{14}{22} \times \tfrac{8}{21} \times \tfrac{7}{20} \times \tfrac{6}{19} \approx 0,2076$$

d De gevonden kans is groter dan α dus geen reden om H_0 te verwerpen.

bladzijde 129

29a Van de 15000 personen is 16% bijziend; dat zijn $0{,}16 \times 15000 = 2400$ bijzienden.
Van de 612 mensen met een IQ van 128 of meer is 27,3% bijziend;
dat zijn $0{,}273 \times 612 = 167$ personen.
Van alle bijzienden uit de onderzochte groep heeft $(167 : 2400) \times 100\% = 6{,}96\%$ een IQ van 128 of meer.

b Stochast X is het IQ van een persoon.
X: Norm(100; 16); linkergrens = 127,5; rechtergrens = 10^{99}; $P(X > 127{,}5) = 0{,}0428$
Het verwachte aantal mensen met een IQ van '128 of meer' is $0{,}0428 \times 15000 = 642$.
Dit aantal wijkt 30 af van het gevonden aantal 612.

c B is het aantal bijziende mensen.
H_0: $p \leq 0{,}16$; H_1: $p > 0{,}16$; B: Bin(612; 0,16)
$P(B \geq 167) = 1 - P(B \leq 166) = 0$. Er is overtuigend aangetoond dat de 27,3% boven de van tevoren aangenomen 16% ligt.

bladzijde 130

I-1a H_1: $p < 0{,}5$

b Aantal successen is het aantal jongens in de steekproef.

c In dit gebied is het aantal successen kleiner of gelijk aan het ingevulde aantal.

d Bij 28 of minder

e H_1: $p > 0{,}5$; bij 43 of meer

I-2a $p \neq 0{,}5$

b Bij 26 of minder en bij 45 of meer.

c Deze kans is 0,0284.

bladzijde 131

I-3a Bij $X \leq 15$ of $X \geq 31$.

b Bij $X \leq 14$ of $X \geq 32$.

I-4a Aantal keren 6 kan naar boven of beneden afwijken.

b Dit is het aantal keren 6 waarbij H_0 ($p = 0{,}16667$) wordt verworpen.

c $X \leq 3$ en $X \geq 15$

d Bij $X = 14$ en $\alpha = 0{,}1$ wordt H_0 verworpen. Bij $\alpha = 0{,}05$ wordt H_0 niet verworpen.

I-5a A kan te veel of te weinig voorkomen.

b X is aantal korrels A; X: Bin(158; 0,2)
Invullen $p = 0{,}2$; $\alpha = 0{,}05$ en Aantal waarnemingen = 158.
$P(X \geq 43) = 0{,}0176$; X valt in het kritieke gebied dus H_0 wordt verworpen.

c X: Bin(127; 0,2); Invullen $p = 0{,}2$; $\alpha = 0{,}05$ en Aantal waarnemingen = 127.
$P(X \leq 17) = 0{,}0353$; X valt niet in het kritieke gebied dus geen reden om aan te nemen dat de mengverhouding niet goed is.

d X: Bin(120; 0,2); Invullen $p = 0{,}2$; $\alpha = 0{,}05$ en Aantal waarnemingen = 120.
Kritieke gebied is $X \leq 15$ en $X \geq 34$.
Dus de mengverhouding wordt goedgekeurd voor $16 \leq X \leq 33$.

bladzijde 134

T-1a X is Bin(20; 0,8) verdeeld.

b Er zijn klachten over te weinig bruin brood.
H_0: $p \geq 0{,}8$; H_1: $p < 0{,}8$

c De verwachtingswaarde van X is $0{,}8 \times 20 = 16$.
$18 > 16$, dus geen aanleiding om te toetsen dat $p < 0{,}8$.

d Voor X: Bin(20; 0,8) is $P(X \leq 10) = 0{,}0026$.

T-2a X is het aantal ondeugdelijke producten; H_0: $p \leq 0{,}05$; H_1: $p > 0{,}05$.
X: Bin(100; 0,05)

b De consumentenorganisatie.

c $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) \approx 1 - 0{,}8720 = 0{,}1280$.

d Er is geen reden om aan de bewering van de fabrikant te twijfelen.

e $P(X \geq 9 = 1 - P(X \leq 8) \approx 1 - 0{,}9369 = 0{,}0631$.
Voor $\mathrm{n} = 0{,}05$ wordt H_0 niet verworpen. Voor $\alpha = 0{,}10$ wordt H_0 verworpen.

T-3a X is het aantal afgekeurde ballen; H_0: $p \leq 0{,}1$; H_1: $p > 0{,}1$.
X: Bin(150; 0,10)

b $P(X \geq 23) = 1 - P(X \leq 22) \approx 1 - 0{,}9744 = 0{,}0256$;
Deze kans is kleiner dan α dus reden om in actie te komen.

b 18 ballen worden afgekeurd.
$P(X \geq 18) = 1 - P(X \leq 17) \approx 1 - 0{,}7581 = 0{,}2419$.
Deze kans is groter dan 0,05; H_0 wordt niet verworpen.

bladzijde 135

T-4a X is aantal mensen die in mei jarig zijn. $H_0: p = \frac{1}{12}$ en $H_1: p \neq \frac{1}{12}$.

b X is Bin(80; $\frac{1}{12}$) verdeeld. 11 is meer dan de verwachtingswaarde dus bereken je $P(X \geq 11)$.
$P(X \geq 11) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - 0{,}9322 = 0{,}0678$
Deze kans is groter dan $\frac{1}{2}\alpha$, geen reden om H_0 te verwerpen.

c 2 is minder dan de verwachtingswaarde dus toets je $P(X \leq 2)$.
$P(X \leq 2) = 0{,}0326$
Deze kans is kleiner dan $\frac{1}{2}\alpha$, dus voldoende reden om H_0 te verwerpen.

d X is Bin(150; $\frac{1}{12}$) verdeeld.
$P(X \leq \text{linkergrens}) > 0{,}05$ en $P(X \geq \text{rechtergrens}) > 0{,}05$
$P(X \leq 6) = 0{,}0293$ en $P(X \leq 7) = 0{,}0617$; de linkergrens is dus 7
$P(X \geq 18) = 1 - P(X \leq 17) = 0{,}0751$ en $P(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) = 0{,}0443$; de rechtergrens is 18. Dus voor $7 \leq X \leq 18$ wordt H_0 niet verworpen.

T-5a Omdat alleen gevraagd wordt welk middel een beter effect heeft.

b X is aantal patiënten waarbij B een sterker effect heeft. H_0: $p = 0{,}5$ en H_1: $p \neq 0{,}5$.
X is Bin(22; 0,5) verdeeld
$P(X \geq 14) = 1 - P(X \leq 13) = 1 - 0{,}8569 = 0{,}1431$

c $0{,}1431 > 0{,}1$
Er is geen significant verschil tussen middel A en middel B.

d Als deze persoon kiest voor middel A komt X dichter bij $\frac{1}{2} \times 23$ dus zal de overschrijdingskans groter worden. H_0 wordt dan dus zeker niet verworpen.
Bereken de overschrijdingskans in het geval dat bij deze persoon middel B beter werkt.
X: Bin(23; 0,5); $P(X \geq 15) = 1 - P(X \leq 14) = 1 - 0{,}8950 = 0{,}1050$
$0{,}1050 > 0{,}1$; deze persoon is dus niet van belang voor de uitslag van de test.

T-6a G is de gemiddelde lengte van 16 dienstplichtigen; $\sigma = 7{,}2 : \sqrt{16} = 1{,}8$.
H_0: $\mu = 180{,}1$ en H_1: $\mu > 180{,}1$; G: Norm(180,1; 1,8); $P(G > 182{,}6)$

b Ondergrens = 182,6 en bovengrens = 10^{99}
$P(G > 182{,}6) = 0{,}0824$; deze uitkomst is niet significant als $\alpha = 0{,}05$.

c

σ	$P(G > 182{,}6)$
1,3	0,02724
1,4	0,037076
1,5	0,04779
1,6	0,05909

Bij $\sigma \leq 1{,}5$ is een gemiddelde lengte van 182,6 cm significant.

$\frac{7{,}2}{\sqrt{n}} \approx 1{,}5$; $\sqrt{n} = 7{,}2 : 1{,}5 = 4{,}8$

$n = 23{,}04$, dus bij 24 of meer personen is het resultaat significant.

T-7a Onderzoeken waarbij kleine verschillen niet van belang zijn maar het juist gaat om de mate van verschil.

b Ja, een organisatie die wil toetsen of een bewering waar is zal tweezijdig toetsen.
In het geval dat wordt gedacht dat een bewering te positief (of te negatief) wordt uitgelegd zal eenzijdig worden getoetst.