# Vaardigheden - Blok 4

***bladzijde 250***

**1a** Uit de stelling van Pythagoras volgt
$AB^2 = 1^2 + 1^2 = 2$
$AB = \sqrt{2}$
$PQ^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 + 32$
$PQ = \sqrt{32}$

**b** $PQ$ is vier keer de afstand $AB$ , dus $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

**c** $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

**2a** $\sqrt{72} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

**b** $\sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

**c** $\sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

**d** $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

**e** $\sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

**f** $\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

**3a** $2\sqrt{6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{24}$

**b** $4\sqrt{3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{48}$

**c** $\frac{1}{2}\sqrt{12} = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3}$

**d** $2\sqrt{5\frac{1}{2}} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5\frac{1}{2}} = \sqrt{22}$

**e** $\frac{1}{3}\sqrt{18} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2}$

**f** $\frac{2}{5}\sqrt{200} = \sqrt{\frac{4}{25} \cdot 200} = \sqrt{32}$

***bladzijde 251***

**4a** $\sqrt{32} - \sqrt{2} = \sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

**b** $4\sqrt{3} + \sqrt{27} = 4\sqrt{3} + \sqrt{9 \cdot 3} = 4\sqrt{3} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

**c** $\sqrt{45} + \sqrt{20} = \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

**d** $\sqrt{8} + \sqrt{50} = \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

**e** $\sqrt{162} - \sqrt{2} = \sqrt{81 \cdot 2} - \sqrt{2} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} = 9\sqrt{2} - \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

**5a** $\frac{3-\sqrt{8}}{2} = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{8}}{2} = 1\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{4}} = 1\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{8}{4}} = 1\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

**b** $\frac{-14+\sqrt{80}}{4} = \frac{-14}{4} + \frac{\sqrt{80}}{4} = -3\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{16}} = -3\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{80}{16}} = -3\frac{1}{2} + \sqrt{5}$

**c** $\frac{20-\sqrt{72}}{3} = \frac{20}{3} - \frac{\sqrt{72}}{3} = 6\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{9}} = 6\frac{2}{3} - \sqrt{\frac{72}{9}} = 6\frac{2}{3} - \sqrt{8} = 6\frac{2}{3} - \sqrt{4 \cdot 2} = 6\frac{2}{3} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} =$
$6\frac{2}{3} - 2\sqrt{2}$

**6a** $\sqrt{4x} + \sqrt{9x} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} = 5\sqrt{x}$

**b** $\sqrt{18p} + \sqrt{50p} = \sqrt{9 \cdot 2p} + \sqrt{25 \cdot 2p} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2p} + \sqrt{25} \cdot \sqrt{2p} = 3\sqrt{2p} + 5\sqrt{2p} = 8\sqrt{2p}$

**c** $\sqrt{27R} - \sqrt{12R} = \sqrt{9 \cdot 3R} - \sqrt{4 \cdot 3R} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3R} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{3R} = 3\sqrt{3R} - 2\sqrt{3R} = \sqrt{3R}$

**d** $\sqrt{16x} + 3\sqrt{25x} = \sqrt{16 \cdot x} + 3\sqrt{25 \cdot x} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{x} + 3 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{x} = 4\sqrt{x} + 3 \cdot 5\sqrt{x} = 4\sqrt{x} + 15\sqrt{x} =$
$19\sqrt{x}$

**e** $\sqrt{100p} - \sqrt{16p} = \sqrt{100 \cdot p} - \sqrt{16 \cdot p} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{p} - \sqrt{16} \cdot \sqrt{p} = 10\sqrt{p} - 4\sqrt{p} = 6\sqrt{p}$

**f** $\sqrt{0{,}25x} + \sqrt{25x} = \sqrt{0{,}25} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{25} \cdot \sqrt{x} = 0{,}5\sqrt{x} + 5\sqrt{x} = 5{,}5\sqrt{x}$

**g** $2\sqrt{25t}+3\sqrt{49t}=2\cdot\sqrt{25\cdot t}+3\cdot\sqrt{49\cdot t}=2\cdot\sqrt{25}\cdot\sqrt{t}+3\cdot\sqrt{49}\cdot\sqrt{t}=2\cdot 5\cdot\sqrt{t}+3\cdot 7\cdot\sqrt{t}=$
$10\sqrt{t}+21\sqrt{t}=31\sqrt{t}$

**h** $7\sqrt{p+1}+\sqrt{4p+4}=7\sqrt{p+1}+\sqrt{4(p+1)}=7\sqrt{p+1}+\sqrt{4}\cdot\sqrt{p+1}=7\sqrt{p+1}7+2\sqrt{p+1}=$
$9\sqrt{p+1}$

**7a** $\left(8\sqrt{3}\right)^2=8\sqrt{3}\cdot 8\sqrt{3}=8\cdot 8\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=64\cdot 3=192$

**b** $0{,}1\sqrt{2}\cdot\sqrt{50}=0{,}1\sqrt{2}\cdot\sqrt{25\cdot 2}=0{,}1\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}=0{,}1\cdot 5\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=0{,}5\cdot 2=1$

**c** $\left(5\sqrt{x+1}\right)^2=5\sqrt{x+1}\cdot 5\sqrt{x+1}=5\cdot 5\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x+1}=25(x+1)$

**d** $\left(4\sqrt{p}\right)^2=4\sqrt{p}\cdot 4\sqrt{p}=4\cdot 4\cdot\sqrt{p}\cdot\sqrt{p}=16p$

**e** $\sqrt{4x}\cdot\sqrt{9x}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{x}\cdot\sqrt{9}\cdot\sqrt{x}=2\cdot\sqrt{x}\cdot 3\cdot\sqrt{x}=2\cdot 3\cdot\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}=6x$

**f** $3\sqrt{t}\cdot 5\sqrt{\frac{9}{t}}=3\cdot\sqrt{t}\cdot 5\cdot\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{t}}=3\cdot\sqrt{t}\cdot 5\cdot\frac{3}{\sqrt{t}}=3\cdot 5\cdot\sqrt{t}\cdot\frac{1}{\sqrt{t}}\cdot 3=3\cdot 5\cdot 1\cdot 3=45$

**8a** $(3+p)^2=15^2$
$3+p=15$ of $3+p=-15$
$p=15-3=12$ of $p=-15-3=-18$

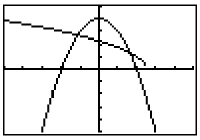
**b** $(1-3A)^2=81$
$(1-3A)^2=9^2$
$1-3A=9$ of $1-3A=-9$
$3A=1-9=-8$ of $3A=1+9=10$
$A=-8:3=-2\frac{2}{3}$ of $A=10:3=3\frac{1}{3}$

**c** $(2x-9)(x+2)=12(x+2)$
$(2x-9)=12$ (delen door $x+2$ voor $x+2\neq 0$ )
$2x=12+9=21$
$x=21:2=10\frac{1}{2}$
Als $x+2=0$ is de vergelijking ook waar, dus $x=-2$ is ook een oplossing.
Je kunt de vergelijking ook omwerken tot een tweedegraads vergelijking en oplossen met de *abc*-formule.

**d** $5y^2=200$
$y^2=200:5=40$
$y=\sqrt{40}$ of $y=-\sqrt{40}$
$y=\sqrt{4\cdot 10}$ of $y=-\sqrt{4\cdot 10}$
$y=\sqrt{4}\cdot\sqrt{10}$ of $y=-\sqrt{4}\cdot\sqrt{10}$
$y=2\sqrt{10}$ of $y=-2\sqrt{10}$

**e** $(2q-1)^2=8$
$2q-1=\sqrt{8}$ of $2q-1=-\sqrt{8}$
$2q=1+\sqrt{8}$ of $2q=1-\sqrt{8}$
$2q=1+\sqrt{4\cdot 2}$ of $2q=1-\sqrt{4\cdot 2}$
$2q=1+\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}$ of $2q=1-\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}$
$2q=1+2\cdot\sqrt{2}$ of $2q=1-2\cdot\sqrt{2}$
$q=\frac{1}{2}+\sqrt{2}$ of $q=\frac{1}{2}-\sqrt{2}$

**f** $\sqrt{3}\left(t-\sqrt{3}\right)=2t\left(t-\sqrt{3}\right)$
$\sqrt{3}=2t$ (delen door $t-\sqrt{3}$ voor $t-\sqrt{3}\neq 0$ )
$t=\frac{1}{2}\sqrt{3}$
Als $t-\sqrt{3}=0$ is de vergelijking ook waar, dus $t=\sqrt{3}$ is ook een oplossing.

**9a** 

Xmin = –5, Xmax = 5
Ymin = –5, Ymax = 5

**b** Voor het randpunt geldt $5-2x=0$
$2x=5$
$x=2\frac{1}{2}$
$y=\sqrt{5-2\cdot 2\frac{1}{2}}=\sqrt{5-5}=0$
De coördinaten zijn $(2\frac{1}{2}, 0)$.
Het domein van $f$ is $\langle\leftarrow, 2\frac{1}{2}]$ want hiervoor is de waarde onder het wortelteken niet negatief en bestaat de functie.
Het bereik van $f$ is $[0, \rightarrow\rangle$ want een wortelfunctie kan geen negatieve waarde krijgen.

**c** Het domein van $g$ is $\mathbb{R}$ want voor iedere waarde van $x$ bestaat het kwadraat.
Het bereik van $g$ is $\langle\leftarrow, 4]$ want de grafiek van $g$ is een bergparabool met de top op $y=4$.

***bladzijde 252***

**10a** Het domein van $f$ is $[7, \rightarrow\rangle$. Het bereik van $f$ is $[-2, \rightarrow\rangle$

**b** De waarde onder het wortelteken is nul als $6x-20=0$ ; $x=20:6=10:3=3\frac{1}{3}$
Het domein van $g$ is $[3\frac{1}{3}, \rightarrow\rangle$. Het bereik van $g$ is $[0, \rightarrow\rangle$

**c** De waarde onder het wortelteken is nul als $x+4=0$ ; $x=-4$
Het domein van $h$ is $[-4, \rightarrow\rangle$. Het bereik van $h$ is $\langle\leftarrow, 3]$

**d** Het domein van $p$ is $\mathbb{R}$. Het bereik van $p$ is $[3, \rightarrow\rangle$

**11a** $13-\sqrt{2p+8}=20$
$\sqrt{2p+8}=13-20=-7$
Geen oplossing want de wortel van een getal kan niet negatief zijn.

**b** $-12+\sqrt{x}=-12$
$\sqrt{x}=0$
Wel een oplossing want de wortel kan nul zijn.

**c** $81-9\sqrt{q}=9$
$9\sqrt{q}=81-9=72$
$\sqrt{q}=72:9=8$
Wel een oplossing want de wortel kan positief zijn.

**d** $-13+\sqrt{72-x}=15{,}4$
$\sqrt{72-x}=15{,}4+13=28{,}4$
Wel een oplossing want de wortel kan positief zijn.

**e** $3+\sqrt{5y}=0$
$\sqrt{5y}=-3$
Geen oplossing want de wortel van een getal kan niet negatief zijn.

**f** $-4+\sqrt{16-2x}=4$
$\sqrt{16-2x}=4+4=8$
Wel een oplossing want de wortel kan positief zijn.

**12a** $5+\sqrt{x-7}=18$
$\sqrt{x-7}=18-5=13$
$x-7=13^2=169$
$x=169+7=176$

**b** $-3+\sqrt{8-t}=-5$
$\sqrt{8-t}=-5+3=-2$
Geen oplossing want de wortel van een getal kan niet negatief zijn.

**c** $12-\sqrt{2q-15}=4$
$\sqrt{2q-15}=12-4=8$
$2q-15=8^2=64$
$2q=64+15=79$
$q=79:2=39\frac{1}{2}$

**d** $4-\sqrt{6-3T}=0$
$\sqrt{6-3T}=4$
$6-3T=4^2=16$
$3T=6-16=-10$
$T=-10:3=-3\frac{1}{3}$

**13a** $y=3x-30$
$3x-30=y$
$3x=y+30$
$x=\frac{1}{3}y+10$

**b** $5y+2x=-46$
$2x=-5y-46$
$x=-2\frac{1}{2}y-23$

**c** $y=0,5(x-12)+3$
$0,5(x-12)+3=y$
$0,5(x-12)=y-3$
$x-12=2(y-3)$
$x-12=2y-6$
$x=2y-6+12$
$x=2y+6$

**d** $5y-3x=2(x+3y)$
$5y-3x=2x+6y$
$-3x-2x=6y-5y$
$-5x=y$
$x=-\frac{1}{5}y$

**14a** $K=-3+\sqrt{A-6}$
$\sqrt{A-6}=K+3$
$A-6=(K+3)^2$
$A=(K+3)^2+6$

**b** $K=2+\sqrt{1-A}$
$\sqrt{1-A}=K-2$
$1-A=(K-2)^2$
$-A=(K-2)^2-1$
$A=1-(K-2)^2$

**c** $K=2\sqrt{A-7}$
$2\sqrt{A-7}=K$
$\sqrt{A-7}=\frac{1}{2}K$
$A-7=\left(\frac{1}{2}K\right)^2$
$A=\left(\frac{1}{2}K\right)^2+7$
$A=\frac{1}{4}K^2+7$

**d** $K=3+\frac{1}{2}\sqrt{A}$
$\frac{1}{2}\sqrt{A}=K-3$
$\sqrt{A}=2(K-3)$
$\sqrt{A}=2K-6$
$A=(2K-6)^2$

***bladzijde 253***

**15a** Bij een omgekeerd evenredig verband tussen $T$ en $P$ geldt $T\cdot P=$ constant
Voor alle waarden in de tabel geldt $T\cdot P=6$, dus dat klopt.
Controle van de formule $T=\dfrac{6}{P}$ voor
$P=1$ geeft $T=\dfrac{6}{1}=6$, klopt ; $P=2$ geeft $T=\dfrac{6}{2}=3$, klopt
Bij de rest van de $P$-waarden klopt de formule ook.

**b** Voor de waarden in de eerste kolom geldt $T\cdot P=1\cdot 6=6$
Voor de waarden in de eerste kolom geldt $T\cdot P=2\cdot 3=6$
Voor de rest van de kolommen klopt de formule ook.

**c** $T\cdot P=6$ ; $\dfrac{T\cdot P}{T}=\dfrac{6}{T}$ ; $\dfrac{T}{T}\cdot P=\dfrac{6}{T}$ ; $1\cdot P=\dfrac{6}{T}$ ; $P=\dfrac{6}{T}$

**16a** $T = \frac{-10}{P}$ ; $P = \frac{-10}{T}$

**b** $T \cdot P = 18$ ; $P = \frac{18}{T}$

**c** $T = \frac{1,7}{P}$ ; $P = \frac{1,7}{T}$

**d** $T \cdot P = \sqrt{3}$ ; $P = \frac{\sqrt{3}}{T}$

**17a** $Q = \frac{5}{W} - 7$

$Q + 7 = \frac{5}{W}$

$W = \frac{5}{Q+7}$

**b** $Q = \frac{9}{W-6}$

$W - 6 = \frac{9}{Q}$

$W = \frac{9}{Q} + 6$

**c** $Q = 12 + \frac{5}{W+13}$

$Q - 12 = \frac{5}{W+13}$

$W + 13 = \frac{5}{Q-12}$

$W = \frac{5}{Q-12} - 13$

**d** $Q = \frac{24}{2W-7}$

$2W - 7 = \frac{24}{Q}$

$2W = \frac{24}{Q} + 7$

$W = \frac{24}{2Q} + 3\frac{1}{2}$

$W = \frac{12}{Q} + 3\frac{1}{2}$

**e** $Q = \frac{7}{\sqrt{W}}$

$\sqrt{W} = \frac{2}{Q}$

$W = \left(\frac{2}{Q}\right)^2$

**f** $Q = 100 + \frac{16}{\sqrt{W}}$

$Q - 100 = \frac{16}{\sqrt{W}}$

$\sqrt{W} = \frac{16}{Q-100}$

$W = \left(\frac{16}{Q-100}\right)^2$

**g** $Q = \frac{34}{1+\sqrt{W}}$

$1 + \sqrt{W} = \frac{34}{Q}$

$\sqrt{W} = \frac{34}{Q} - 1$

$W = \left(\frac{34}{Q} - 1\right)^2$

**h** $Q = \frac{1}{2\sqrt{W}} - 5$

$Q + 5 = \frac{1}{2\sqrt{W}}$

$2\sqrt{W} = \frac{1}{Q+5}$

$\sqrt{W} = \frac{1}{2(Q+5)}$

$W = \left(\frac{1}{2Q+5}\right)^2$

**i** $Q = 18 - \frac{2}{\sqrt{W}}$

$Q - 18 = -\frac{2}{\sqrt{W}}$

$\sqrt{W} = -\frac{2}{Q-18}$

$W = \left(-\frac{2}{Q-18}\right)^2$

$W = \left(\frac{2}{Q-18}\right)^2$

**18a** $3\sqrt{3} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{1\frac{1}{2}}$

**b** $25\sqrt{5} = 5^2 \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 5^{2\frac{1}{2}}$

**c** $a^2\sqrt{a} = a^2 \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{2\frac{1}{2}}$

**d** $\sqrt{7} \cdot 7^x = 7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^x = 7^{\frac{1}{2}+x}$

**e** $p^3 \cdot p^5\sqrt{p} = p^3 \cdot p^5 \cdot p^{\frac{1}{2}} = p^{3+5} \cdot p^{\frac{1}{2}} = p^8 \cdot p^{\frac{1}{2}} = p^{8\frac{1}{2}}$

**f** $3^x \cdot 3^{2x} = 3^{x+2x} = 3^{3x}$

**g** $(x^{2a})^3 = x^{2a \cdot 3} = x^{6a}$

**h** $x^{3a} \cdot (x^a)^2 = x^{3a} \cdot x^{a \cdot 2} = x^{3a} \cdot x^{2a} = x^{3a+2a} = x^{5a}$

# ICT - Konijnenpopulatie

***bladzijde 251***

**1a** Uitvoeren van de matrixvermenigvuldiging voor de eerste rij geeft $20 \cdot v_0 = 0$ dus $v_0 = 0$.

**b** Uitvoeren van de matrixvermenigvuldiging voor de tweede rij geeft $20 \cdot s_0 = 10$ dus $s_0 = 0,5$

**c**

$$\text{naar}\quad \begin{array}{c} \\ 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\displaystyle\text{van}}{\overset{\begin{array}{cccc} 0j & 1j & 2j & 3j \end{array}}{\begin{pmatrix} 0 & v_1 & v_2 & v_3 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_2 & 0 \end{pmatrix}}} \cdot \begin{array}{c} 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\text{aantal}}{\begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = \begin{array}{c} 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\text{aantal}}{\begin{pmatrix} 24 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

**d** $10 \cdot v_1 = 24$, dus $v_1 = 2,4$
$20 \cdot s_1 = 6$, dus $s_1 = 0,6$

**e**

$$\text{naar}\quad \begin{array}{c} \\ 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\displaystyle\text{van}}{\overset{\begin{array}{cccc} 0j & 1j & 2j & 3j \end{array}}{\begin{pmatrix} 0 & 2,4 & v_2 & v_3 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_2 & 0 \end{pmatrix}}} \times \begin{array}{c} 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\text{aantal}}{\begin{pmatrix} 24 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}} = \begin{array}{c} 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\text{aantal}}{\begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}}$$

hieruit volgt $6 \cdot v_2 = 9$ dus $v_2 = 1,5$ en $6 \cdot s_2 = 3$ dus $s_2 = 0,5$

$$\begin{array}{c} \\ 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\begin{array}{cccc} 0j & 1j & 2j & 3j \end{array}}{\begin{pmatrix} 0 & 2,4 & 1,5 & 0,1 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}} \times \begin{array}{c} 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\text{aantal}}{\begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}} = \begin{array}{c} 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\text{aantal}}{\begin{pmatrix} 29 \\ 5 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

hieruit volgt $2,4 \cdot 12 + 3 \cdot v_3 = 29$ ; $3v_3 = 0,2$ dus $v_3 = 0,1$ (afgerond op één decimaal)

**2**

$$M = \text{naar}\ \begin{array}{c} \\ 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\begin{array}{cccc} 0j & 1j & 2j & 3j \end{array}}{\begin{pmatrix} 0 & 2,4 & 1,5 & 0,1 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}};\ M \times \begin{array}{c} 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\text{aantal}}{\begin{pmatrix} 29 \\ 5 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}} = \begin{array}{c} 0j \\ 1j \\ 2j \\ 3j \end{array}\overset{\text{aantal}}{\begin{pmatrix} 23 \\ 15 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}} \text{klopt}$$

**3a** –

**b** De waarde in cel J7 wordt 20.

**c** De grootte van de populatie in de jaren 1 tot en met 5 is: 10, 30, 24, 41 en 45.

**d** Kopieer de formule in cel J7 ook naar E15. Selecteer de cellen E11 tot en met E15 en sleep ze met de vulgreep naar de lege cellen aan de rechterkant.
De populatiegrootte na 20 jaar is 1407 konijnen.

***bladzijde 255***

**4a** De groeifactor in de cel wordt 0,5.

**b** Kopieer de formule in K8 naar de cellen L8 , M8 , N8 en O8.
De groeifactor na 5 jaar is 1,10.

**c** De formule deelt de inhoud van de cel er boven door de inhoud van de cel linksboven. Bij cel D16 kan dat niet, dus moet je voor alleen voor deze cel de formule aanpassen. In E16 kun je weer gewoon K8 kopiëren.

**d** In jaar 8 is de groeifactor 1,32. In jaar 20 is deze al bijna constant op 1,25.

**e** Vanaf jaar 15 is er sprake van exponentiële groei, want dan is de groeifactor ongeveer constant.

**f** Exponentiële groei gaat erg snel. Op den duur zal er een tekort aan ruimte en voedsel komen waardoor de groei veel minder snel zal kunnen plaatsvinden.

**5a** In jaar 19 heeft de populatie van 1123 de goede grootte.

**b** Hef de beveiliging van het blad op, dit doe je door in het menu *Extra* te klikken op *Beveiliging* en dan *Beveiliging blad opheffen*.
Je kunt de tabel nu uitbreiden door de tabel met de jaren 19 en 20 te selecteren (Q10 tot en met R16) en via de vulgreep naar rechts te slepen tot en met het jaar 30. De getallen en formules passen zich automatisch aan.
Vanaf jaar 22 wordt de populatie groter dan 2000 en ontstaan blijvende voedseltekorten.

**c** Door de ontstane voedseltekorten zal het aantal konijnen verminderen. Ook door jagen is het aantal konijnen te verminderen.

**6a** De computer werkt met meer decimalen en dan kan de afronding wel eens één verschillen.

**b** Na afloop van de jachtpartij zijn er $0{,}9 \cdot 674 = 607$ nuljarige, $0{,}9 \cdot 269 = 242$ eenjarige, $0{,}9 \cdot 116$ tweejarige en $0{,}9 \cdot 52 = 47$ driejarige.
De totale populatie bestaat dan uit $0{,}9 \cdot 1123 = 1011$ konijnen.

**7a**

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}9 \end{pmatrix}$$

**b** De vermenigvuldiging met $P$ geeft de verdeling van het aantal konijnen na de jachtpartij.
Deze uitkomst vermenigvuldigen met $M$ geeft de verdeling een jaar na de jachtpartij.

**c** Met de matrix $M \times P$ is de uitkomst in één keer te berekenen. De matrix wordt

$$\begin{pmatrix} 0 & 2{,}4 & 1{,}5 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2{,}16 & 1{,}35 & 0{,}09 \\ 0{,}45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}54 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}45 & 0 \end{pmatrix}$$

**C8a** Met groeifactor 0,799 komt de jaarlijkse groei vrijwel tot stilstand. Er moet dus 20% worden afgeschoten.

**b** 20% van het jaarlijkse totaal is 20% van 1124 en ongeveer 225 konijnen.

**c** 20% van elke leeftijdsgroep moet worden afgeschoten, dus $0{,}2 \cdot 675 = 135$ nuljarigen, $0{,}2 \cdot 270 = 54$ éénjarigen, $0{,}2 \cdot 130 = 26$ tweejarigen en $0{,}2 \cdot 50 = 10$ driejarigen.

**C9a** In jaar 19 zijn er 674 nuljarige konijnen. 225 daarvan is $225 : 674 \times 100\% = 33{,}3\%$

**b** Matrix $P$ wordt dan $P=\begin{pmatrix} 0,67 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

**c** Vul deze waarden in bij de matrix $P$ in het werkblad en kijk naar de aantallen van het totaal over de jaren. De populatie blijft groeien met een groeifactor 1,05. De populatie neemt jaarlijks toe met 5%.

**d** 33% van de nuljarige wordt afgeschoten. In jaar 34 zijn er 1541 nuljarigen. Er moeten dus $0,33 \cdot 1541 \approx 509$ konijnen worden afgeschoten.

**10a** In jaar 19 zijn er 269 eenjarige konijnen. Wanneer er 225 worden afgeschoten is dat $225 : 269 \times 100\% = 83,6\%$

**b** Als 83,6% wordt afgeschoten is de overlevingskans $100 - 83,6 = 16,4\%$.

Verander de matrix $P$ dus in $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,164 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ De konijnenpopulatie zal uitsterven.

**11a** Als de jachtbuit uit 225 konijnen bestaat waarvan $129 + 52 = 181$ een- en tweejarige, dan moeten er nog $225 - 181 = 44$ eenjarige afgeschoten worden. Dat is $44 : 269 \times 100\% = 16,4\%$

**b** Als 16,4% wordt afgeschoten is de overlevingskans $100 - 83,6 = 83,6\%$.

Verander de matrix $P$ dus in $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,836 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

De populatie neemt periodiek het ene jaar toe met groeifactor 1,102 en het jaar daarop af met groeifactor 0,910. Er zijn geen driejarige konijnen meer.

**12a** $16\frac{2}{3}\%$ afschieten betekent dat $100 - 16\frac{2}{3} = 83\frac{1}{3}\%$ overleeft.

De matrix $P$ wordt dan $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,83333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

**b** In jaar 21 begint de periodieke ontwikkeling. De periode is 2 jaar.

**c** In de even jaren bestaat de populatie uit 537 nul-, 337 een- en 134 tweejarige konijnen. In de oneven jaren bestaat de populatie uit 673 nul-, 268 een- en 168 tweejarige konijnen.

**d** $(M \times P)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

**e** De matrix geeft de verdeling na twee jaar wanneer er op de beschreven manier gejaagd wordt.

**f** In jaar 25 zijn er $(M \times P)^2 \times \begin{pmatrix} 674 \\ 269 \\ 168 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 674 \\ 269 \\ 169 \\ 0 \end{pmatrix}$ konijnen. Dat klopt met het werkblad.

In jaar 26 zijn er $(M \times P)^2 \times \begin{pmatrix} 538 \\ 337 \\ 134 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 538 \\ 337 \\ 135 \\ 0 \end{pmatrix}$ konijnen. Dat klopt met het werkblad.

***bladzijde 257***

**13a** Een vos eet per jaar $0{,}75 \times 500 \times 365 = 136\,875$ gram konijn, dus ongeveer 137 kg.
137 kg konijn zijn $137 : 2{,}5 \approx 55$ konijnen.

**b** Om hetzelfde resultaat te bereiken moeten er dus $225 : 55 \approx 4$ vossen worden uitgezet.

**14a** Het getal –55 betekent dat een vos 55 konijnen per jaar opeet.

**b** Als er geen enkele vos het natuurgebied binnenkomt is $v_t = 0$.
De matrixvermenigvuldiging geeft dan
$k_{t+1} = 1{,}25 \cdot k_t - 55 \cdot v_t = 1{,}25 \cdot k_t - 55 \cdot 0 = 1{,}25 \cdot k_t$
Het aantal konijnen neemt dus met de groeifactor 1,25 toe.

**c** Als er geen konijnen in het natuurgebied voor zouden komen is $k_t = 0$.
De matrixvermenigvuldiging geeft dan
$v_{t+1} = 0{,}001 \cdot k_t + 0{,}8 \cdot v_t = 0{,}001 \cdot 0 + 0{,}8 \cdot v_t = 0{,}8 \cdot v_t$
Het aantal vossen neemt dus met de groeifactor 0,8 toe. Op den duur sterven de vossen uit door gebrek aan voedsel.

**15a** Bij 2 vossen: het aantal konijnen stijgt tot 4161 in jaar 42 en neemt daarna af.
Na jaar 60 zijn er geen konijnen meer.
Bij 3 vossen: het aantal konijnen stijgt tot 2709 in jaar 39 en neemt daarna af.
Na jaar 56 zijn er geen konijnen meer.
Bij 4 vossen: het aantal konijnen stijgt tot 1584 in jaar 31 en neemt daarna af.
Na jaar 49 zijn er geen konijnen meer.
Bij 5 vossen: het aantal konijnen stijgt tot 1129 in jaar 20 en neemt daarna af.
Na jaar 38 zijn er geen konijnen meer.
Bij 6 vossen: het aantal konijnen neemt elk jaar af. Na jaar 30 zijn er geen konijnen meer.
Bij 7 vossen: het aantal konijnen neemt elk jaar af. Na jaar 26 zijn er geen konijnen meer.
Bij 8 vossen: het aantal konijnen neemt elk jaar af. Na jaar 24 zijn er geen konijnen meer.

**b** In jaar 42 is het aantal konijnen met 1095 te laag geworden. Verander het aantal vossen voor dat jaar door in cel I21 de 7 in 4 te veranderen.
In jaar 63 is het aantal konijnen met 1097 weer te laag geworden. Verander het aantal vossen voor dat jaar door in cel L25 de 7 in 4 te veranderen. Je krijgt hiermee de onderstaande grafiek.