Hoofdstuk 5 - Telproblemen

bladzijde 130

V-1a 6

b $6+5+4+3+2+1=24$

c

hoogste aantal		Steen 1					
		1	2	3	4	5	6
Steen 2	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	2	3	4	5	6
	3	3	3	3	4	5	6
	4	4	4	4	4	5	6
	5	5	5	5	5	5	6
	6	6	6	6	6	6	6

d Die tabel is drie-dimensionaal en past dus niet op papier want dat is twee-dimensionaal.

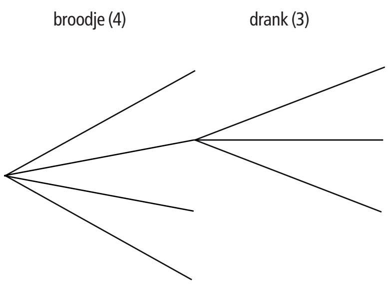
V-2a Wint één van de speelsters twee sets dan is de wedstrijd afgelopen.

b 6

c 3

d K wint; K wint
K wint; K verliest; K wint
K verliest; K wint; K wint

V-3a Boomdiagram van een lunch



Er zijn in totaal $4\times 3=12$ mogelijkheden.

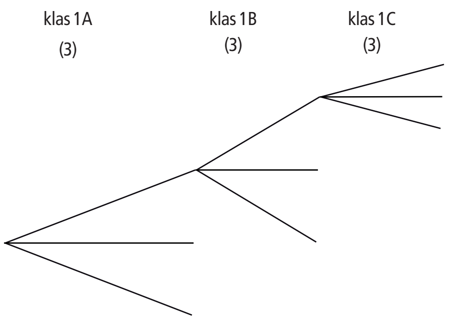
b Er zijn drie keuzemomenten: vijf voorgerechten; zes hoofdgerechten; vier nagerechten.

c Je kunt $5\times 4\times 3=60$ verschillende driegangenmenu's samenstellen.

bladzijde 131

V-4a Jochem heeft gelijk want er zijn twee keuze momenten: kleur van baan 1 en kleur van baan 2.

V-5a Boomdiagram met drie keuzemomenten:
één proefwerk voor klas 1A; één proefwerk voor klas 1B en één proefwerk voor klas 1C.



b

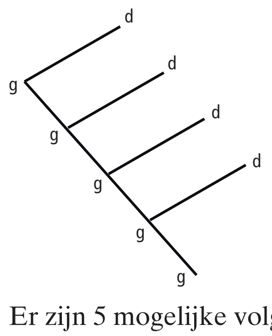
klas 1A	klas 1B	klas 1C
pw-1	pw-2	pw-3
pw-1	pw-3	pw-2
pw-2	pw-1	pw-3
pw-2	pw-3	pw-1
pw-3	pw-1	pw-2
pw-3	pw-2	pw-1

c 6

d Ja. Bij het eerste keuzemoment zijn er drie mogelijkheden.
Bij het tweede keuzemoment zijn er nog twee keuzemogelikheden en
bij het derde 'keuze-'moment is er alleen nog het niet gebruikte proefwerk.

V-6a Er zijn 10 verschillende volgorden:
ddggg; dgdgg; dggdg; dgggd;
gddgg; gdgdg;gdggd;
ggddg; gdgd;
gggdd.

b Boomdiagram met de mogelijkheden:
d; gd; ggd; gggd; ggggd en ggggg.



c Er zijn 5 mogelijke volgorden

bladzijde 132

1a Er zijn 8 mogelijkheden:
KKK;
KKM; KMK; MKK;
KMM; MKM; MMK;
MMM.

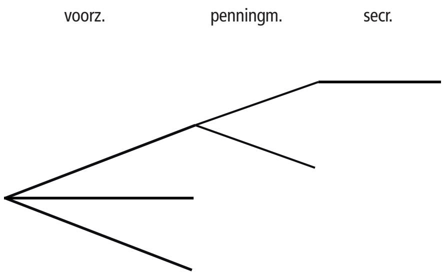
b Winst geven: KKK; KKM; KMK en MKK.
c 8
d Gemiddeld $8 \times 1,75 - 10 = 4,00$ euro winst over 8 spelletjes dus 0,50 euro winst per spelletje. Dus de keus is verstandig.

2a Er zijn 5 stappen (keuzemomenten) met respectievelijk 5, 4, 3, 2 en 1 keuzes.
b Er zijn $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ verschillende manieren.
c Er zijn $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$ verschillende mogelijkheden.

bladzijde 133

3a $2 \times 2 \times 2 = 8$
b $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$
c $2^9 = 512$ en $2^{10} = 1024$
Er zijn dus 10 dipswitches nodig.

4a Teken een faculteitsboom met drie stappen: stap 1 (voorzitter) heeft drie keuze mogelijkheden; stap twee (penningmeester) heeft twee keuze mogelijkheden en stap drie (secretaris) heeft alleen de overgebleven mogelijkheid.



b $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
c $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

5a $10! = 3628800$
$14! = 8,717829120 \times 10^{10}$
b $38! = 5,230226175 \times 10^{44}$ De rekenmachine geeft alleen de eerste 10 cijfers van de uitkomst, terwijl de uitkomst uit 45 cijfers bestaat!
c De rekenmachine geeft bij 69! nog een uitkomst maar bij 70! geeft de rekenmachine een ‘overflow error’.
d $\frac{100!}{98!} = \frac{100 \times 99 \times 98 \times 97 \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times 1}{98 \times 97 \times \ldots\ldots\ldots \times 1} = 100 \times 99 = 9900$

6a $8! = 40320$
b Let op dat je mogelijkheden niet dubbel telt.
$7! = 5040$

7a $3^5 = 243$
b $10^2 \times 26^4 = 45697600$
c $4! \cdot 6! = 17280$
d $3^{50} \approx 7,2 \cdot 10^{23}$

bladzijde 134

8a $3\times2\times1=6$

b $7\times6\times5=210$

9a $9\times8\times7\times6\times5\times4=60480$

b $9\times8\times7\times6\times5\times4=9\times8\times7\times6\times5\times4\times\dfrac{3\times2\times1}{3\times2\times1}=\dfrac{9!}{3!}=60480$

10a 20 nPr 6=27907200

b 10 nPR 4 = 24024
12 nPr 3 = 1320
12 nPr 9 = 79833600

11a 8 nPr =6720

b 26 nPr 4 = 358800

c 40 nPr 5 = 78960960

bladzijde 135

12a 9 nPr 3 = 504

b $3\times2\times1=3!=6$

c Let je op de bestuursfunctie dan zijn er 504 mogelijkheden.
Hierin zitten steeds zes verschillende mogelijkheden met dezelfde drie mensen.
Let je niet meer op de bestuursfunctie dan zijn er dus $\frac{504}{6}=84$ verschillende mogelijkheden.

d $\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}\times\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\dfrac{9!}{3!\cdot6!}$

13a $\dbinom{20}{4}=$ 20 nCr 4 = 4845

$\dbinom{14}{4}=$ 14 nCr 4 = 1001

$\dbinom{12}{7}=$ 12 nCr 7 =792

b $\dbinom{19}{3}=$ 19 nCr 3 = 969

$\dbinom{20}{6}=$ 20 nCr 6 =38760

$\dbinom{60}{59}=$ 60 nCr 59 = 60

c Het aantal verschillende combinaties van r uit n is gelijk aan het aantal verschillende combinaties van $n-r$ uit n

dus $\binom{20}{14}=\binom{20}{20-14}=\binom{20}{6}$

d $\binom{20}{20}=1$ Ja, dat is logisch.

e $0!=1$

14a $\binom{9}{6}=9$ nCr 6 = 84

b Een voetbalteam (een elftal) heeft één keeper en tien veldspelers.

Er zijn dus $\binom{2}{1}\cdot\binom{13}{10}=2\times 286=572$ verschillende teams mogelijk.

bladzijde 136

15a De wedstrijd eindigde in 2 – 3.

b Je kunt 10 ‘woorden’ maken met drie U’s en twee T’s:
TTUUU; TUTUU; TUUTU; TUUUT;
UTTUU; UTUTU; UTUUT;
UUTTU; UUTUT;
UUUTT.

c 10

16a P = (2,4)

b $\binom{6}{2}=15$ verschillende kleurpatronen zijn mogelijk.

17a $\binom{12}{4}=495$

b $\binom{12}{8}=495$

c $\binom{8}{2}=28$

bladzijde 137

18a $2^6=64$

b $\binom{6}{4}=15$

c $\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6}=20+15+6+1=42$

19a Ab telt ook routes die niet via Q gaan.

b $\binom{6}{3} \cdot \binom{4}{2} = 20 \times 6 = 120$

20a 10 doelpunten dus 10 stappen;
4 doelpunten voor Kampong dus 4 stappen naar rechts.

b $(4, 6)$

c $\binom{10}{4} = 210$

d $\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{2} = 6 \times 15 = 90$

21a $\binom{30}{8} = 5852925$

b $\binom{22}{10} = 646646$

c $\binom{30}{8} \cdot \binom{22}{10} = 3{,}8 \times 10^{12}$

bladzijde 138

22a Er zijn drie keuzemomenten; dat past niet in een (2-dimensionaal) rooster.

b Een boomdiagram geeft $4 \times 5 \times 3 = 60$ verschillende dagprogramma's.

23a Kies bij dit telprobleem een rooster met acht stappen waarvan vier naar rechts.

b $\binom{8}{4} = 8 \text{ nCr } 4 = 70$

24a Kies bij dit telprobleem een tabel.

b

verschil		Steen 1					
		1	2	3	4	5	6
Steen 2	1	0	1	2	3	4	5
	2	1	0	1	2	3	4
	3	2	1	0	1	2	3
	4	3	2	1	0	1	2
	5	4	3	2	1	0	1
	6	5	4	3	2	1	0

c 8

bladzijde 139

25a Kies voor dit telprobleem een machtsboom. Er zijn $10^4 = 10000$ mogelijkheden.

b Kies voor dit telprobleem een faculteitsboom. Er zijn $4 \times 3 = 12$ mogelijkheden.

26a Kies een faculteisboom. **b** 10 nPr 7 = 604800

27a $10^4 = 10000$ Gebruik een machtsboom.
b $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 10$ nPr 4 = 5040 **c** 10
d Er zijn $\frac{10 \times 9}{2} = 45$ verschillende tweetallen dozen.
e 1 bal in doos 3: 4 mogelijkheden.
2 ballen in doos 3: 8 mogelijkheden.
3 ballen in doos 3: 4 mogelijkheden.
In totaal zijn er dus $4 + 8 + 4 = 16$ verschillende mogelijkheden
om vier verschillende ballen te verdelen over de dozen 3 en 8.
f Er zijn dus $16 \times 45 = 720$ verdelingen waarbij de vier verschillende ballen
in precies twee dozen terecht komen.
g In totaal zij er $10^4 = 10000$ verdelingen mogelijk.
Er zijn $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$ verdelingen mogelijk over vier dozen.
Er zijn 720 verdelingen mogelijk over twee dozen.
Er zijn 10 verdelingen mogelijk over één doos.
Dus zijn er $10000 - 10 - 720 - 5040 = 4230$ verdelingen over drie dozen mogelijk.

bladzijde 140

28a Leerling 31 weet het bericht na $8 \times 4 = 40$ minuten.
Leerling 16 weet het bericht na $4 \times 4 = 16$ minuten.
Dus leerling 31weet het bericht $40 - 16 = 26$ minuten later dan leerling 16.
b Met de nieuwe telefoonboom zijn na $8 \times 4 = 32$ minuten alle leerlingen gebeld.
c Nee.

29a $3^3 = 27$
b $3 \times 3 \times 2 = 18$
c $3 \times 2 \times 1 = 3! = 6$
d $\left(3^3\right)^2 = 729$
e Er zijn drie love duo's dus de drie jongens kiezen elk een ander meisje.
Er zijn dus 6 mogelijkheden van de 729. Hierbij hoort een kans van 1 op de
$\frac{729}{6} = 121{,}5$.
De presentator was dus nog wat ingetogen met zijn verwondering!

30a Dit spel is niet eerlijk.
b

verschil		Steen 1					
		1	2	3	4	5	6
Steen 2	1	0	1	2	3	4	5
	2	1	0	1	2	3	4
	3	2	1	0	1	2	3
	4	3	2	1	0	1	2
	5	4	3	2	1	0	1
	6	5	4	3	2	1	0

Thamar is in het voordeel: 24 voor; 12 tegen.

c Als Philip steen B kiest dan kiest Thamar steen A en is weer de winnaar met 24 voor ; 12 tegen.

d Als Philip steen C kiest dan kiest Thamar steen B met weer 24 voor ; 12 tegen

e Kiest Philip steen D dan kiest Thamar steen C met weer 24 voor; 12 tegen.

f Thamar wint altijd! Dit spel is dus niet eerlijk.

bladzijde 144

T-1a faculteitsboom

b Systematisch tellen met faculteiten .

c $4! = 24$

d Voor elke baan zijn er dus 4 mogelijke kleuren.
$4^4 = 256$

T-2a $10! = 3628800$

b $\binom{10}{4} = 10 \text{ nCr } 4 = 210$

c 10 nPr 3 = 720

T-3a 1

b 29+26=55
Één leerling kiest wiskunde A. Dat kan op 55 manieren.

c $\binom{55}{30} = 55 \text{ nCr } 30 = \ 3{,}1 \cdot 10^{15}$

$\binom{55}{25} = 55 \ \text{ nCr } 25 = \ 3{,}1 \cdot 10^{15}$

d $\binom{29}{20} \cdot \binom{26}{10} = 5{,}3 \cdot 10^{13}$

T-4a $6^6 = 46656$

b $\binom{6}{2} = 6 \text{ nCr } 2 = 15$

c $\binom{6}{3} \cdot \binom{3}{2} = 20 \times 3 = 60$

d $6! = 6 \text{ nPr } 6 = 720$

bladzijde 145

T-5a 1

b Voor 3 - 2 was het 2 - 2, want bij elke andere stand zou de wedstrijd afgelopen zijn.
$\binom{4}{2} = 6$

c $\binom{5}{2} = 5 \text{ nCr } 2 = 10$

T-6a $4! = 24$ faculteitsboom

b $3! = 6$ faculteitsboom

T-7a $\binom{9}{3} = 9 \text{ nCr } 3 = 84$

b $\frac{9 \times 4}{2} = 18$

c $\binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \binom{9}{5} + \binom{9}{6} = 465 > 400$

T-8a BOLDE heeft 5 verschillende letters. Daarmee maak je $5! = 120$ verschillende woorden.
BELDE heeft 4 verschillende letters. Daarmee maak je $\frac{5!}{2} = 60$ verschillende woorden.

b $\binom{5}{2} = \binom{5}{3}$ of $5 \text{ nCr } 2 = 5 \text{ nCr } 3$

c Het aantal verschillende rijtjes van 300 stappen met 50 stappen naar rechts en 250 stappen naar boven is gelijk aan het aantal verschillende rijtjes van 300 stappen met 250 stappen naar rechts en 50 stappen naar boven.