

Blok 3 - Vaardigheden

bladzijde 186

- 1a** Je moet de vergelijking $(x-3)(x-1) = 0$ oplossen.
- b** Je ziet nu meteen wat de oplossingen zijn.
- c** $(x-3)(x-1) = 0$
 $x-3 = 0$ of $x-1 = 0$
 $x = 3$ of $x = 1$
- d** Je moet nu de vergelijking $(x-3)(x-1) = 8$ oplossen.
- e** De methode van onderdeel c geldt alleen als het product gelijk is aan 0.
- f** $(x-3)(x-1) = 8$
 $x^2 - 4x + 3 = 8$
 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x-5)(x+1) = 0$; nu kun je de methode van onderdeel c alsnog toepassen:
 $x-5 = 0$ of $x+1 = 0$
 $x = 5$ of $x = -1$
- 2a** $(2x+6)(x-3) = 3(2x+6)$
 $2x^2 - 6x + 6x - 18 = 6x + 18$
 $2x^2 - 18 - (6x + 18) = 0$
 $2x^2 - 6x - 36 = 0$
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x-6)(x+3) = 0$
 $x = 6$ of $x = -3$
- b** Als $2x+6 = 0$ dan is zowel $(2x+6)(x-3)$ als $3(2x+6)$ gelijk aan 0. De oplossing van $2x+6 = 0$ is dus ook oplossing van $(2x+6)(x-3) = 3(2x+6)$. Bart heeft dus gelijk. Bij $2x+6 = 0$ hoort de oplossing $x = -3$.
- c** $(x-3) = 3$
 $x-3 = 3$
 $x = 6$
- 3a** $(p+1)^2 = 16$
 $p^2 + 2p + 1 = 16$
 $p^2 + 2p - 15 = 0$
 $(p-3)(p+5) = 0$
 $p = 3$ of $p = -5$
- b** $(p+1)^2 = 16$
 $p+1 = 4$ of $p+1 = -4$
 $p = 3$ of $p = -5$
- c** 1: $(w+4)^2 = 1$
 $w+4 = 1$ of $w+4 = -1$
 $w = -3$ of $w = -5$
- c** 2: $(0,2k+1)^2 = 100$
 $0,2k+1 = 10$ of $0,2k+1 = -10$
 $0,2k = 9$ of $0,2k = -11$
 $k = 45$ of $k = -55$

bladzijde 187

- 4a** A: $(x+3)(0,5x-8)=0$
 $x+3=0$ of $0,5x-8=0$
 $x=-3$ of $0,5x=8$
 $x=-3$ of $x=16$
 C: $x(x-3)(1\frac{1}{2}x-4)=0$
 $x=0$ of $x-3=0$ of $1\frac{1}{2}x-4=0$
 $x=0$ of $x=3$ of $1\frac{1}{2}x=4$
 $x=0$ of $x=3$ of $x=2\frac{2}{3}$
 D: $5x(-2x+3)=8(-2x+3)$
 $-2x+3=0$ of $5x=8$
 $-2x=-3$ of $x=1\frac{3}{5}$
 $x=1\frac{1}{2}$ of $x=1\frac{3}{5}$
 F: $(0,5x+2)^2=64$
 $0,5x+2=8$ of $0,5x+2=-8$
 $0,5x=6$ of $0,5x=-10$
 $x=12$ of $x=-20$
- b** B: $(2x+1)^2-5x=3$
 $4x^2+4x+1-5x=3$
 $4x^2-x-2=0$
 $x=\frac{1+\sqrt{(-1)^2-4\cdot 4\cdot (-2)}}{8}$ of $x=\frac{1-\sqrt{33}}{8}$
 $x=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\sqrt{33}$ of $x=\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\sqrt{33}$
 E: $(x+3)(x+2)=4$
 $x^2+5x+6=4$
 $x^2+5x+2=0$
 $x=\frac{-5+\sqrt{5^2-4\cdot 1\cdot 2}}{2}$ of $x=\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$
 $x=-2\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}$ of $x=-2\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}$
- 5a** $x(x-5)=50$
 $x^2-5x=50$
 $x^2-5x-50=0$
 $(x-10)(x+5)=0$
 $x=10$ of $x=-5$
- b** $6+(3x+1)^2=70$
 $(3x+1)^2=64$
 $3x+1=8$ of $3x+1=-8$
 $3x=7$ of $3x=-9$
 $x=2\frac{1}{3}$ of $x=-3$
- c** $(2x+5)(x+1)=(3x-1)(x+1)$
 $x+1=0$ of $2x+5=3x-1$
 $x=-1$ of $x=6$
- d** $x^3(x-3)=0$
 $x^3=0$ of $x-3=0$
 $x=0$ of $x=3$

- e** $x(2x-9) = 7x^2$
 $x = 0$ of $2x-9 = 7x$
 $x = 0$ of $-5x = 9$
 $x = 0$ of $x = -1\frac{4}{5}$
- f** $1 - (2x-4)^2 = 1$
 $(2x-4)^2 = 0$
 $2x-4 = 0$
 $x = 2$
- g** $(2x-5)^2 = 5$
 $2x-5 = \sqrt{5}$ of $2x-5 = -\sqrt{5}$
 $2x = 5 + \sqrt{5}$ of $2x = 5 - \sqrt{5}$
 $x = 2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $x = 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$
- h** $(x+2)^2 = (3+2x)^2$
 $x+2 = (3+2x)$ of $x+2 = -(3+2x)$
 $x+2 = 3+2x$ of $x+2 = -3-2x$
 $-x = 1$ of $3x = -5$
 $x = -1$ of $x = -1\frac{2}{3}$

- 6a** $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$
- b** $\frac{2}{7} - \frac{1}{5} = \frac{10}{35} - \frac{7}{35} = \frac{3}{35}$
- c** $\frac{2}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 8} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{1}{4}$
- d** $\frac{2}{9} \times \frac{-3}{5} = \frac{2 \cdot -3}{9 \cdot 5} = -\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{2}{15}$
- e** $\frac{2a}{a+2} + \frac{1}{a+2} = \frac{2a+1}{a+2}$
- f** $\frac{2}{a} - \frac{a-3}{2a} = \frac{2a}{2a} - \frac{a-3}{2a} = \frac{4 - (a-3)}{2a} = \frac{1-a}{2a}$
- g** $\frac{3a}{a} \times \frac{1}{a+1} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{a+1} = \frac{3}{a+1}$
- h** $\frac{2a}{3b} \times \frac{1}{a-1} = \frac{2 \cdot a \cdot 1}{3 \cdot b \cdot (a-1)} = \frac{2a}{3(a-1)}$

7a Omdat de noemer dan 0 is.

- b** $\frac{2x+6}{x^2+3x} = \frac{2(x+3)}{x(x+3)}$
- c** $f(x) = \frac{2x+6}{x^2+3x} = \frac{2(x+3)}{x(x+3)} = \frac{2}{x} = g(x)$ (teller en noemer delen door $(x+3)$)
- d** Voor $x = -3$ zijn de functiewaarden van f en g niet gelijk: $g(-3) = -\frac{2}{3}$, maar $f(-3)$ bestaat niet (zie onderdeel a). Overigens bestaan beide functiewaarden niet voor $x = 0$.

- 8a** Delen door 0 is niet gedefinieerd. De functie $g(x) = \frac{4}{2 - \frac{3}{x}}$ is niet gedefinieerd als de noemer 0 is, dus als $2 - \frac{3}{x} = 0$, ofwel als $x = 1\frac{1}{2}$. Ook $g(x) = \frac{4}{2 - \frac{3}{x}}$ bestaat niet als de noemer van de breuk in de noemer gelijk is aan 0, dus als $x = 0$. De functiewaarde $h(x) = \frac{4x}{2x-3}$ bestaat niet als $2x-3 = 0$, dus als $x = 1\frac{1}{2}$.

b
$$\frac{4 \cdot x}{\left(2 - \frac{3}{x}\right) \cdot x} = \frac{4x}{2x - 3}$$

- c Er geldt $g(x) = h(x)$, mits $x \neq 0$: $h(0) = 0$ en $g(0)$ bestaat niet. Voor $x = 1\frac{1}{2}$ zijn de functievoorschriften wel gelijk: $g(1\frac{1}{2})$ en $h(1\frac{1}{2})$ bestaan beide niet.

bladzijde 188

- 9a Bij f mag de noemer $5x$ niet 0 zijn, verder mag alles. Dus is het domein van f bestaat uit de intervallen $\langle \leftarrow, 0 \rangle$ en $\langle 0, \rightarrow \rangle$.

In het geval van functie g mag x niet 0 zijn en dat geldt ook voor $2 - \frac{2}{x}$, ofwel x mag ook niet gelijk zijn aan 1. Het domein van g bestaat uit de intervallen $\langle \leftarrow, 0 \rangle$; $\langle 0, 1 \rangle$; $\langle 1, \rightarrow \rangle$.

Voor h moet gelden $x \neq 0$ en $5 - \frac{4}{x^2} \neq 0$. Los eerst $5 - \frac{4}{x^2} = 0$ op.

$5 - \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow 5x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow x = -\sqrt{\frac{4}{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{5}$ of $x = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{5}$. Het domein van h

bestaat uit de intervallen: $\langle \leftarrow, -\frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{5} \rangle$; $\langle -\frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{5}, 0 \rangle$; $\langle 0, \frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{5} \rangle$; $\langle \frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{5}, \rightarrow \rangle$.

b
$$f(x) = \frac{x^2 + 5x}{5x} = \frac{x(x+5)}{5x} = \frac{1}{5}(x+5) = \frac{1}{5}x + 1 \text{ als } x \neq 0$$

$$g(x) = \frac{3}{2 - \frac{2}{x}} = \frac{3x}{\left(2 - \frac{2}{x}\right)x} = \frac{3x}{2 - 2x} \text{ als } x \neq 0$$

$$h(x) = \frac{\frac{3}{x}}{5 - \frac{4}{x^2}} = \frac{\frac{3}{x} \cdot x^2}{\left(5 - \frac{4}{x^2}\right) \cdot x^2} = \frac{3x}{5x^2 - 4} \text{ als } x \neq 0$$

- 10a Voor $x = 2$.

- b Aan de rechterkant van de gelijkheid neem je $\frac{4}{1}$. Door kruislings vermenigvuldigen krijg je het resultaat van Cor. Het mits gedeelte vind je door te onderzoeken wanneer de noemer 0 is in de oorspronkelijke vergelijking.

c $2x = 4(2x - 3)$ mits $x \neq \frac{3}{2}$

$$2x = 8x - 12 \text{ mits } x \neq \frac{3}{2}$$

$$-6x = -12 \text{ mits } x \neq \frac{3}{2} \text{ en dus is } x = 2 \text{ de oplossing.}$$

- d $\frac{2x}{2x-3} = \frac{3x-1}{x}$. Door kruislings te vermenigvuldigen krijg je

$$2x^2 = (3x-1) \cdot (2x-3) \text{ mits } x \neq 0 \text{ en } x \neq \frac{3}{2}.$$

- e $2x^2 = (3x-1) \cdot (2x-3)$ mits $x \neq 0$ en $x \neq \frac{3}{2}$; dan is

$$2x^2 = 6x^2 - 11x + 3 \text{ mits } x \neq 0 \text{ en } x \neq \frac{3}{2} \text{ of } 4x^2 - 11x + 3 = 0 \text{ mits } x \neq 0 \text{ en } x \neq \frac{3}{2}.$$

Deze tweedegraadsvergelijking heeft oplossingen

$$x = \frac{11 + \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3}}{8} = 1\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{73} \approx 2,4430 \text{ en } x = 1\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{73} \approx 0,3070. \text{ Deze}$$

waarden voldoen. Bijbehorende y -waarden vind je door de gevonden x -waarden in het functievoorschrift van f in te vullen. De coördinaten van de snijpunten van f en g zijn dan ongeveer $(0,3070; -0,2573)$ en $(2,4430; 2,5907)$.

bladzijde 189

11a $\frac{2x+7}{3x} = 3$

$2x+7 = 3 \cdot 3x$ mits $3x \neq 0$

$2x+7 = 9x$ mits $x \neq 0$

$7x = 7$ mits $x \neq 0$ en dus $x = 1$

b $\frac{x+3}{x} = \frac{x}{x+3}$

$(x+3)^2 = x^2$ mits $x \neq 0$ en $x+3 \neq 0$

$x^2 + 6x + 9 = x^2$ mits $x \neq 0$ en $x \neq -3$

$6x + 9 = 0$

$6x = -9$ en dus $x = -\frac{3}{2}$

c $\frac{3}{x} = \frac{x-1}{2}$

$6 = x(x-1)$ mits $x \neq 0$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$ dus $x = 3$ of $x = -2$

d $\frac{12}{x+1} = \frac{x-4}{2}$

$24 = (x+1)(x-4)$ mits $x+1 \neq 0$

$24 = x^2 - 3x - 4$ mits $x \neq -1$

$x^2 - 3x - 28 = 0$

$(x-7)(x+4) = 0$ en $x = 7$ of $x = -4$

e $\frac{12}{4-2\sqrt{x}} = 4$

$12 = 4 \cdot (4-2\sqrt{x})$ mits $4-2\sqrt{x} \neq 0$

$12 = 16 - 8\sqrt{x}$ mits $2\sqrt{x} \neq 4$

$\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ mits $\sqrt{x} \neq 2$ dus $x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

f $\frac{2x-1}{4} = \frac{x^2}{2x+1}$

$(2x-1)(2x+1) = 4x^2$ mits $2x+1 \neq 0$

$4x^2 - 1 = 4x^2$ mits $2x \neq -1$

$-1 = 0$ mits $x \neq -\frac{1}{2}$; hier geen oplossing

12a De grafiek van f is een hyperbool, de grafiek van g een rechte lijn. Er zijn twee snijpunten.

b Je probeert dit probleem algebraïsch op te lossen.

$\frac{6+5x}{2x} = \frac{1}{2}x + 5$

$6+5x = 2x \cdot \left(\frac{1}{2}x + 5\right)$ mits $2x \neq 0$

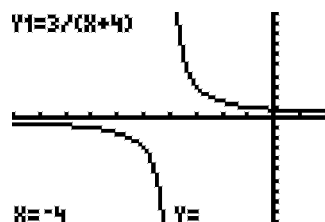
$6+5x = x^2 + 10x$ mits $x \neq 0$

$x^2 + 5x - 6 = 0$

$(x+6)(x-1) = 0$ en dus zijn de x -waarden van de snijpunten 1 en -6 .

De snijpunten zijn $(1; 5\frac{1}{2})$ en $(-6; 2)$.

13a Een grafiek van s is:



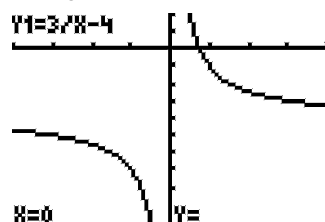
b $s = \frac{3}{t+4}$

$$s(t+4) = 3$$

$$t+4 = \frac{3}{s}$$

$$t = \frac{3}{s} - 4$$

c Een grafiek van t is:



d Bij s is $s=0$ de horizontale en $t=-4$ de verticale asymptoot.

Bij t is $t=-4$ de horizontale en $s=0$ de verticale asymptoot. Horizontaal en verticaal zijn nu verwisseld.

14a $p = \frac{2}{q}$

$$pq = 2$$

$$q = \frac{2}{p}$$

b $p = \frac{6}{2q-1}$

$$p(2q-1) = 6$$

$$2q-1 = \frac{6}{p}$$

$$2q = \frac{6}{p} + 1$$

$$q = \frac{3}{p} + \frac{1}{2}$$

c $p = \frac{2q}{7} + 1$

$$p-1 = \frac{2q}{7}$$

$$\frac{7}{2}(p-1) = q$$

$$q = 3\frac{1}{2}p - 3\frac{1}{2}$$

15a $p = \frac{3q^2 + 12q}{2q+8} = \frac{3q(q+4)}{2(q+4)} = \frac{3}{2}q$, mits $q+4 \neq 0$, dus $p = \frac{3}{2}q$, mits $q \neq -4$.

b $p = \frac{3}{2}q$, mits $q \neq -4$ is gelijkwaardig met $p = \frac{3}{2}q$, mits $p \neq -6$;

het antwoord is: $q = \frac{2}{3}p$, mits $p \neq -6$.

A-Vaardigheden

bladzijde 190

16a De toename over dat interval is $A(9) - A(1) = -1 - 3 = -4$. De gemiddelde toename is $\frac{-4}{9-1} = -\frac{1}{2}$.

b $\frac{\Delta A}{\Delta p} = \frac{A(4) - A(0)}{4 - 0} = \frac{3 - (-1)}{4} = 1$

c Het hellingsgetal in $(1, 3)$ is $\frac{\Delta A}{\Delta p} = \frac{A(1,001) - A(1)}{1,001 - 1} \approx \frac{3,000999 - 3}{0,001} \approx 1,00$.

17a De grafiek van p daalt bij $t = -5$ (hellingsgetal raaklijn $-0,4505 < 0$) en stijgt bij $t = -4$ ($0,05412 > 0$), en moet tussen $t = -5$ en $t = -4$ een top hebben, een minimum.

b Het hellingsgetal verandert in de tabel nog eens van teken. Tussen $t = -2$ en $t = -1$ moet de grafiek van p een maximum hebben. In $t = -2$ is p immers stijgend en in $t = -1$ dalend.

c Maak gebruik van nDeriv, vind de tabel uit het boek en scroll naar beneden. Op zeker moment zie je dan onderstaande tabel. Je moet tussen 1 en 2 verder zoeken.

X	Y1
-4	.05412
-3	.68905
-2	.92056
-1	-.2329
0	-2.773
1	1.8411
2	59.09

X=2

Door TblStart = 1 te nemen en $\Delta Tbl = 0,1$ blijkt dat je vervolgens tussen 1,3 en 1,4 verder moet zoeken. Met TblStart = 1,3 en $\Delta Tbl = 0,01$ blijkt voor $t = 1,32$ de helling ongeveer 10 te zijn:

X	Y1
1.3	9.4066
1.31	9.7539
1.32	10.109
1.33	10.471
1.34	10.84
1.35	11.217
1.36	11.602

X=1.32

18a $f(x) = (2x - 3)(5x + 1) = 10x^2 + 2x - 15x - 3 = 10x^2 - 13x - 3$;
 $f'(x) = 10 \cdot 2x - 13 = 20x - 13$

b $\left[\frac{df}{dx} \right]_{x=4} = 20 \cdot 4 - 13 = 67$

c Er geldt $f'(x) = 17$, dus $20x - 13 = 17$ en $20x = 30$ zodat $x = 1\frac{1}{2}$.

d De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $f'(2) = 27$.

De vergelijking van deze raaklijn heeft dus de vorm $y = 27x + b$. $(2, 11)$ invullen geeft $11 = 27 \cdot 2 + b$ en dus is $b = -43$. De vergelijking van de raaklijn is $y = 27x - 43$.

- 19a** $f(x) = 5x^3 + 7x - 2 \Rightarrow f'(x) = 15x^2 + 7$
b $Q(t) = 12 - 6t + 8t^4 \Rightarrow Q'(t) = -6 + 32t^3$
c $p(t) = -t(5t - 1) = -5t^2 + t \Rightarrow p'(t) = -10t + 1$
d $R(m) = 4(6m - 3)^2 = 4(36m^2 - 36m + 9) = 144m^2 - 144m + 36 \Rightarrow R'(m) = 228m - 144$
e $K(p) = 2 - 0,8p \Rightarrow K'(p) = -0,8$
f $Q(w) = (4w - 1)(w^5 + 4w) = 4w^6 - w^5 + 16w^2 - 4w \Rightarrow Q'(w) = 24w^5 - 5w^4 + 32w$

bladzijde 191

- 20a** De amplitude is steeds de helft van het verschil tussen de maximale en de minimale waarde.

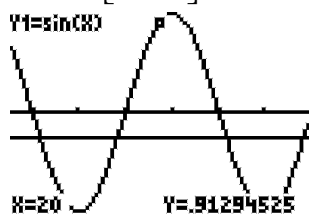
De amplitude van f is $\frac{3 - (-1)}{2} = 2$, die van g is $\frac{3 - (-3)}{2} = 3$ en die van h is $\frac{1\frac{1}{2} - (-1\frac{1}{2})}{2} = 1\frac{1}{2}$.

De evenwichtsstanden liggen precies tussen de extreme waarden in: voor f is dat $y = 1$, voor g en h is dat $y = 0$. De periode van f is 4π (vergelijk $f(0)$ en $f(4\pi)$), die van g is 3π (vergelijk $g(0)$ en $g(3\pi)$) en die van h is 2π (vergelijk $h(0)$ en $h(2\pi)$).

- b** $f(x) = 1 + 2 \sin(bx + a)$ met periode $\frac{2\pi}{b} = 4\pi$, dus $b = \frac{1}{2}$; verder is $f(\pi) = 3$, dus $\sin(\frac{1}{2}\pi + a) = 1$, $\frac{1}{2}\pi + a = \frac{1}{2}\pi$ en $a = 0$ zodat $f(x) = 1 + 2 \sin(\frac{1}{2}x)$.
 $g(x) = 3 \sin(bx + a)$ met periode $\frac{2\pi}{b} = 3\pi$, dus $b = \frac{2}{3}$; verder is $g(\frac{3}{4}\pi) = -3$, dus $\sin(\frac{1}{2}\pi + b) = -1$, $\frac{1}{2}\pi + b = \frac{3}{2}\pi$ en $b = \pi$ zodat $g(x) = 3 \sin(\frac{2}{3}x + \pi)$ of $g(x) = -3 \sin(\frac{2}{3}x)$.
 $h(x) = 1\frac{1}{2} \sin(bx + a)$ met periode $\frac{2\pi}{b} = 2\pi$, dus $b = 1$; verder is $h(0) = 1\frac{1}{2}$, dus $\sin(b) = 1$, en $b = \frac{1}{2}\pi$ zodat $h(x) = 1\frac{1}{2} \sin(x + \frac{1}{2}\pi)$ of $h(x) = 1\frac{1}{2} \cos x$.

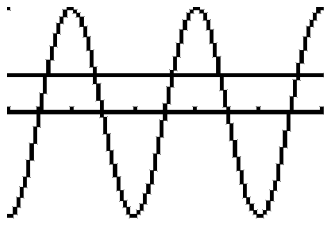
21	graden	57	30	45	90	110	-75	143
	radialen	1	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi \approx 0,79$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{11}{18}\pi \approx 1,92$	$-\frac{5}{12}\pi \approx -1,31$	2,5

- 22a** Hieronder zijn de grafieken van $f(x) = \sin(x)$ en $g(x) = -0,25$ geschetst voor het interval $[15; 25]$. Je lost eerst de vergelijking $\sin(x) = -0,25$ op voor dat interval.



Met intersect: $x \approx 15,96$ of $x \approx 18,60$ of $x \approx 22,24$ of $x \approx 24,88$.
 De oplossing van de ongelijkheid bestaat uit de intervallen: $\langle 15,96; 18,60 \rangle$ en $\langle 22,24; 24,88 \rangle$.

- b Hieronder zijn de grafieken van $f(x) = \cos(x)$ en $g(x) = 0,34$ geschetst voor het interval $[25\pi; 30\pi] \approx [78,54; 94,25]$. Je lost eerst $\cos(x) = 0,34$ op voor dat interval.



De eerste twee oplossingen vind je met intersect: $x \approx 80,46$ of $x \approx 82,91$. De andere oplossingen vind je 2π of een veelvoud daarvan naar rechts: $x \approx 86,74$ of $x \approx 89,19$ of $x \approx 93,02$.

De oplossing van de ongelijkheid bestaat uit de intervallen:

$$\langle 80,46; 82,91 \rangle; \langle 86,74; 89,19 \rangle; \langle 93,02; 94,25 \rangle.$$

- 23a** De amplitude van $f(x) = a \sin bx$ is 5 en de periode $\frac{3}{4}\pi$. Dat betekent dat $a = \pm 5$ en de periode van f is $\frac{2\pi}{b} = \frac{3}{4}\pi$ dus is $b = 2\frac{2}{3}$ en is $f(x) = 5 \sin(2\frac{2}{3}\pi x)$ of $f(x) = -5 \sin(2\frac{2}{3}\pi x)$.

- b De toppen van de sinusoiden $f(x) = d + a \sin(bx + c)$ zijn $(\frac{1}{4}\pi, -3)$ en $(\frac{3}{4}\pi, 3)$, dus is de evenwichtsstand $y = \frac{3 + (-3)}{2} = 0$ en de amplitude $\frac{3 - (-3)}{2} = 3$. Dat betekent dat $d = 0$ en $a = 3$.

Er ligt een halve periode tussen opeenvolgende toppen, dus is de periode

$2 \times (\frac{3}{4}\pi - \frac{1}{4}\pi) = \pi$. Dit is gelijk aan $\frac{2\pi}{b}$, dus $b = 2$. Je hebt nu $f(x) = 3 \sin(2x + c)$ met $f(\frac{3}{4}\pi) = 3$ en $\sin(1\frac{1}{2}\pi + c) = 1$ en $1\frac{1}{2}\pi + c = \frac{1}{2}\pi$ zodat $c = -\pi$ en $f(x) = 3 \sin(2x - \pi)$ of ook $f(x) = -3 \sin(2x)$.

- 24** $f(x) = 3 \sin 4x$: amplitude 3 en periode $\frac{2\pi}{4} = \frac{1}{2}\pi$
 $g(x) = 3,5 \cos \frac{1}{2}x$: amplitude 3,5 en periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$
 $h(x) = 0,1 \sin \frac{2}{5}\pi x$: amplitude 0,1 en periode $\frac{2\pi}{\frac{2}{5}\pi} = 5$