Vaardigheden - Blok 4

bladzijde 252

1a $p^3 \cdot p^{\frac{1}{3}} = p$ is niet juist, wel geldt $p^3 \cdot p^{\frac{1}{3}} = p^{3+\frac{1}{3}} = p^{3\frac{1}{3}}$

b $(3r^{-4})^{-2} = 3^{-2} \cdot r^{-4 \cdot -2} = \frac{1}{9} r^8$; de bewering is juist

c $(\sqrt{x})^3 \cdot \sqrt{x} = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{1\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{1\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = x^2$; de bewering is juist mits $x \geq 0$.

d $(a^3 \cdot a^3)^3 = a^9$ is niet juist, wel juist is $(a^3 \cdot a^3)^3 = (a^{3+3})^3 = (a^6)^3 = a^{6 \cdot 3} = a^{18}$.

e $\dfrac{(t^{-6,4} \cdot t^{0,4})^{\frac{1}{12}}}{\sqrt{t}} = \dfrac{\left(t^{-6,4+0,4}\right)^{\frac{1}{12}}}{t^{0,5}} = \dfrac{t^{-6 \cdot \frac{1}{12}}}{t^{0,5}} = \dfrac{t^{-0,5}}{t^{0,5}} = t^{-0,5-0,5} = t^{-1} = \dfrac{1}{t}$ (mits $t > 0$) ; de bewering is juist

2a $f(x) = 7x^4 \cdot 3x^2 \cdot 2x^{1,7} = (7 \cdot 3 \cdot 2) \cdot x^{4+2+1,7} = 42x^{7,7}$

b $Z(t) = (0,3t)^2 . \dfrac{1}{9t^{0.3}} = \dfrac{0,09t^2}{9t^{0,3}} = 0,01 \cdot t^{2-0,3} = 0,01t^{1,7}$

c $g(p) = \dfrac{3}{\sqrt{p}} \cdot p^{2\frac{1}{2}} = \dfrac{3}{p^{\frac{1}{2}}} \cdot p^{2\frac{1}{2}} = 3 \cdot p^{2\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = 3p^2$, mits $p \geq 0$

d $W(f) = \dfrac{-3f^{1,35} . f^{3,46} \cdot f^{0,25}}{f^{4,23}} = -3 \cdot f^{1,35+3,46+0,25-4,23} = -3f^{0,83}$

e $P(q) = \sqrt{q} \cdot q^{0,1} \cdot (q^{0,4})^{0,5} = q^{0,5} \cdot q^{0,1} \cdot q^{0,4 \cdot 0,5} = q^{0,5} \cdot q^{0,1} \cdot q^{0,2} = q^{0,5+0,1+0,2} = q^{0,8}$

3a $S(t) = \dfrac{16t^4 - 34t^2 - t + 12}{t^2} = 16t^2 - 34 - t^{-1} + 12t^{-2}$

b $N(a) = \dfrac{-2a^{11,2} + 14a^{4,3} - 8a^{0,7}}{2a^{1,2}} = -a^{11,2-1,2} + 7a^{4,3-1,2} - 4a^{0,7-1,2} = -a^{10} + 7a^{3,1} - 4a^{-0,5}$

c $P(k) = \dfrac{14k^{3,5} - k - 0,15k^{0,7}}{0,2k^{-3,4}} = 70k^{3,5-(-3,4)} - 5k^{1-(-3,4)} - \frac{3}{4}k^{0,7-(-3,4)} = 70k^{6,9} - 5k^{4,4} - \frac{3}{4}k^{4,1}$

d $f(x) = \dfrac{3x^5 + 2x^2}{x^4} + \dfrac{2x^6 - 3x^3}{x^5} = 3x + 2x^{-2} + 2x - 3x^{-2} = 5x - x^{-2}$

e $R(t) = \dfrac{3x^4 + x^3}{x^{2,5}} - \dfrac{2x^5 + x^4}{x^{1,5}} = 3x^{1,5} + x^{0,5} - (2x^{3,5} + x^{2,5}) = -2x^{3,5} - x^{2,5} + 3x^{1,5} + x^{0,5}$

bladzijde 253

4a $100\% + 5,8\% = 105,8\% = 1,058$; groeifactor per maand is dus 1,058.

b De groeifactor per jaar is dan $(1,058)^{12} \approx 1,967$.

c $1,967 = 1 + 0,967 = 100\% + 96,7\%$; het jaarlijkse groeipercentage is dus 96,7%.

d Een eeuw bevat 1200 maanden. De groeifactor per eeuw is dan $(1,058)^{1200} \approx 2,414 \cdot 10^{29}$

e Uitgaande van maanden van 4 weken is de groeifactor per week $(1,058)^{\frac{1}{4}} \approx 1,0142$.

f Uitgaande van de berekende groeifactor per week is de groeifactor per dag ($= \frac{1}{7}$ week) gelijk aan $1,0142^{\frac{1}{7}} \approx 1,0020$.

g $1,0020 = 1 + 0,0020 = 100\% + 0,2\%$; het dagelijkse groeipercentage bedraagt dus 0,2%.

5a De groeifactor per uur is $100\% - 25\% = 75\% = 0,75$. De groeifactor per half uur is dan $\sqrt{0,75} \approx 0,8660$. Verder is $0,8660 = 1 - 0,1340 = 100\% - 13,4\%$, dus per half uur neemt de hoeveelheid met 13,40% af.

b Een uur bestaat uit 60 minuten, dus is de groeifactor per minuut gelijk aan $(0,75)^{\frac{1}{60}} \approx 0,9952$ en in één minuut neemt de hoeveelheid dus met ongeveer 0,48% af.

c Na 10 minuten is de hoeveelheid van 23000 afgenomen tot $23000 \cdot (0,75)^{\frac{10}{60}} \approx 21923$.

6a $A(t) = 11 \cdot 2^{0,1t} = 11 \cdot \left(2^{0,1}\right)^t \approx 11 \cdot 1,07^t$

b $f(t) = 4 \cdot 0,8^{t+3} = 4 \cdot 0,8^t \cdot 0,8^3 = (4 \cdot 0,8^3) \cdot 0,8^t = 2,048 \cdot 0,8^t = g(t)$

c $k(t) = 2 \cdot 1,1^{3t+2} = 2 \cdot 1,1^{3t} \cdot 1,1^2 = 2,42 \cdot 1,1^{3t} = 2,42 \cdot (1,1^3)^t = 2,42 \cdot 1,331^t = l(t)$

7a $N(t) = 3,5 \cdot 0,7^{3t} = 3,5 \cdot \left(0,7^3\right)^t = 3,5 \cdot 0,343^t$; dus is de beginhoeveelheid $N(0) = 3,5$ en is de groeifactor 0,343.

b $P(t) = 17,83 \cdot 1,02^{t-1} = 17,83 \cdot 1,02^t \cdot 1,02^{-1} = \dfrac{17,83}{1,02} \cdot 1,02^t \approx 17,48 \cdot 1,02^t$; dus is de beginhoeveelheid $P(0) \approx 17,48$ en is de groeifactor 1,02.

c $Z(t) = 457,89 \cdot 1,0067^{35,7t+13} = 457,89 \cdot 1,0067^{35,7t} \cdot 1,0067^{13} \approx 499,42 \cdot 1,0067^{35,7t}$
$= 499,42 \cdot (1,0067^{35,7})^t = 499,42 \cdot 1,2692^t$; dus is de beginhoeveelheid $Z(0) \approx 499,42$ en is de groeifactor ongeveer 1,2692.

8a In 30 tijdseenheden is N gegroeid van 13 naar 56. De groeifactor per tijdseenheid is $\left(\dfrac{56}{13}\right)^{\frac{1}{30}} \approx 1,04988$.

b De formule is $N(t) = A \cdot 1,04988^t$, waarbij A de aanvangshoeveelheid is. Gegeven is $N(30) = 13$, dus is $13 = A \cdot 1,04988^{30}$ en is $A = \dfrac{13}{1,04988^{30}} = 3,01824$.
De gevraagde formule is $N(t) = 3,01824 \cdot 1,04988^t$.

c Invullen geeft $N(73) \approx 105,43$.

d Aflezen uit de grafiek geeft $t \approx 53$. Invullen geeft $N(53) \approx 39,8$. Dat klopt dus aardig.

bladzijde 254

9a $-2x^6 + 3 = -11 \Rightarrow 14 = 2x^6 \Rightarrow x^6 = 7 \Rightarrow x = -\sqrt[6]{7}$ of $x = \sqrt[6]{7}$, dus $x \approx -1,383$ of $x \approx 1,383$

b $3,24 + 4,67T^{-5} = 14,67 \Rightarrow T^{-5} = \dfrac{14,67 - 3,24}{4,67} = \dfrac{1143}{467} \Rightarrow T^5 = \dfrac{467}{1143} \Rightarrow T = \sqrt[5]{\dfrac{467}{1143}} \approx 0,836$

c $14 + 5x^{-\frac{1}{3}} = 29 \Rightarrow x^{-\frac{1}{3}} = \dfrac{29 - 14}{5} = 3 \Rightarrow x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{27} \approx 0,037$

d $-\frac{1}{3}x^{-7} = 4 \Rightarrow x^{-7} = -12 \Rightarrow x^7 = -\frac{1}{12} \Rightarrow x = -\sqrt[7]{\frac{1}{12}} \approx -0,701$

e $13 + 4q^{1\frac{1}{2}} = 29 \Rightarrow q^{1\frac{1}{2}} = \dfrac{29 - 13}{4} = 4 \Rightarrow q = 4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2} \approx 2,520$

10a $3 \cdot (\frac{1}{4})^x + 12 = 21 \Rightarrow (\frac{1}{4})^x = \dfrac{21 - 12}{3} = 3 \Rightarrow \dfrac{1}{4^x} = 3 \Rightarrow 4^x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = {}^4\log \frac{1}{3} = -{}^4\log 3$
$= -\dfrac{\log 3}{\log 4} \approx -0,792$

b $3^{-x} - 14 = 5 \Rightarrow 3^{-x} = 19 \Rightarrow 3^x = \frac{1}{19} \Rightarrow x = {}^3\log \frac{1}{19} = -{}^3\log 19 = -\dfrac{\log 19}{\log 3} \approx -2,680$

c $3{,}24+4{,}67\cdot 5^T=14{,}67 \Rightarrow 5^T=\dfrac{14{,}67-3{,}24}{4{,}67}=\dfrac{1143}{467} \Rightarrow T={}^5\log\left(\dfrac{1143}{467}\right)=\dfrac{\log\left(\frac{1143}{467}\right)}{\log 5}\approx 0{,}556$

d $13+4\cdot(\frac{1}{2})^q=29 \Rightarrow (\frac{1}{2})^q=\dfrac{29-13}{4}=4 \Rightarrow \dfrac{1}{2^q}=4 \Rightarrow 2^q=\frac{1}{4}=2^{-2} \Rightarrow q=-2$

e $6+3\cdot 4^{-x}=15 \Rightarrow 4^{-x}=\dfrac{15-6}{3}=3 \Rightarrow 4^x=\frac{1}{3} \Rightarrow x={}^4\log\frac{1}{3}=-{}^4\log 3=-\dfrac{\log 3}{\log 4}\approx -0{,}792$

11a ${}^3\log(x-2)=5 \Rightarrow x-2=3^5 \Rightarrow x=2+243=245$

b $4+{}^{0,2}\log t=6 \Rightarrow {}^{0,2}\log t=2 \Rightarrow t=0{,}2^2=0{,}04$

c ${}^{0,5}\log\left(3-t\right)=-2 \Rightarrow 3-t=0{,}5^{-2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=(2^{-1})^{-2}=2^2=4 \Rightarrow t=-1$

d $\dfrac{1}{{}^4\log(-x)}=2 \Rightarrow {}^4\log(-x)=\frac{1}{2} \Rightarrow -x=4^{\frac{1}{2}}=2 \Rightarrow x=-2$

e ${}^3\log(x+1)^2=2 \Rightarrow (x+1)^2=3^2=9 \Rightarrow x+1=-3$ of $x+1=3 \Rightarrow x=-4$ of $x=2$

f $\dfrac{1}{2\cdot\ \log x}=\frac{1}{8}\cdot\ \log x \Rightarrow \left(\log x\right)^2=4 \Rightarrow \log x=-2$ of $\log x=2 \Rightarrow x=0{,}01$ of $x=100$

12a $(3x-1)(2-5x)=0 \Rightarrow 3x-1=0$ of $2-5x=0 \Rightarrow 3x=1$ of $5x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$ of $x=\frac{2}{5}$; deze vergelijking kan exact worden opgelost

b $2x^4-3x=x^3 \Rightarrow 2x^4-x^3-3x=0 \Rightarrow x(2x^3-x^2-3) \Rightarrow x=0$ of $2x^3-x^2-3=0$; de laatste vergelijking kun je niet exact oplossen maar moet je benaderen via je rekenmachine. Invoeren van $\text{Y1}=2\text{X}\wedge 3-\text{X}\wedge 2-3$ en gebruik maken van optie ZERO geeft $x\approx 1{,}338$; de volledige oplossing is $x=0$ of $x\approx 1{,}338$

c $3q^{-0,5}=0{,}15 \Rightarrow q^{-0,5}=0{,}05=20^{-1} \Rightarrow q^{0,5}=20 \Rightarrow q=400$; exact oplossen lukt.

d $\dfrac{20}{0{,}5x-5}=4 \Rightarrow \dfrac{20}{4}=0{,}5x-5$ (mits $x\neq 10$) $\Rightarrow 0{,}5x-5=5$ (mits $x\neq 10$)
$\Rightarrow x=20$ (voldoet);

ook deze vergelijking is exact op te lossen.

e $\left(0{,}7\right)^{2x}=-2x+1$; deze vergelijking is niet exact op te lossen, ook al zie je misschien meteen dat $x=0$ een oplossing is. Voer in $\text{Y1}=0{,}7\wedge(2\text{X})$ en $\text{Y2}=-2\text{X}+1$; met optie INTERSECT vind je de oplossingen: $x\approx -2{,}522$ of $x=0{,}000$; ook al is dat niet direct in te zien via je rekenmachine, de ene oplossing is exact 0.

f ${}^3\log(4x-1)=-3 \Rightarrow 4x-1=3^{-3}=\frac{1}{27} \Rightarrow 4x=\frac{28}{27} \Rightarrow x=\frac{7}{27}$, dus exact op te lossen

g ${}^{2,5}\log(x+3)=3-x$ is niet exact op te lossen; voer in je rekenmachine in $\text{Y1}=\log(\text{X}+3)/\log(2{,}5)$ en $\text{Y2}=3-\text{X}$; via INTERSECT vind je de $x\approx 1{,}386$.

h $1+\sqrt{3x+6}=4 \Rightarrow \sqrt{3x+6}=3 \Rightarrow 3x+6=9 \Rightarrow 3x=3 \Rightarrow x=1$ dus ook exact oplosbaar.

bladzijde 255

13a $y=3\cdot 5^{x+2} \Rightarrow y=75\cdot 5^x \Rightarrow 5^x=\dfrac{y}{75} \Rightarrow x={}^5\log\left(\dfrac{y}{75}\right)$

b $y=3\cdot{}^5\log(x+2) \Rightarrow {}^5\log(x+2)=\dfrac{y}{3} \Rightarrow x+2=5^{\frac{y}{3}} \Rightarrow x=-2+5^{\frac{y}{3}}$

c $y=-1+3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x=\dfrac{y+1}{3} \Rightarrow x={}^{0,5}\log\left(\dfrac{y+1}{3}\right)$

d $y=2+5\cdot\log\left(\frac{1}{2}x\right) \Rightarrow \log\left(\frac{1}{2}x\right)=\dfrac{y-2}{5} \Rightarrow \frac{1}{2}x=10^{\frac{1}{5}(y-2)} \Rightarrow x=2\cdot 10^{\frac{1}{5}(y-2)}$

e $y = -12 + 15 \cdot 7^{2x-1} \Rightarrow 7^{2x-1} = \dfrac{y+12}{15} \Rightarrow 2x - 1 = {}^{7}\log\left(\dfrac{y+12}{15}\right) \Rightarrow 2x = 1 + {}^{7}\log\left(\dfrac{y+12}{15}\right) \Rightarrow$
$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot {}^{7}\log\left(\dfrac{y+12}{15}\right)$

f $y = -4,5 + 1,6 \cdot {}^{7}\log(4x-3) \Rightarrow {}^{7}\log(4x-3) = \dfrac{y+4,5}{1,6} \Rightarrow 4x - 3 = 7^{\frac{y+4,5}{1,6}} \Rightarrow$

$4x = 3 + 7^{\frac{y+4,5}{1,6}} \Rightarrow x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 7^{\frac{y+4,5}{1,6}}$

14a Substitueer $t = 2x + 3$ in $y = 3 \cdot 2^t$ dan volgt $y = 3 \cdot 2^{2x+3} = 3 \cdot 2^{2x} \cdot 2^3 = 24 \cdot (2^2)^x = 24 \cdot 4^x$.

b Substitueer $t = 4x + 6$ in $y = 2 \cdot 7^{\frac{1}{2}t}$ dan volgt
$y = 2 \cdot 7^{\frac{1}{2}(4x+6)} = 2 \cdot 7^{2x+3} = 2 \cdot 7^3 \cdot 7^{2x} = 686 \cdot (7^2)^x = 686 \cdot 49^x$.

c Substitueer $t = 1 - x$ in $y = \frac{1}{4} \cdot (\frac{1}{3})^t$ dan volgt $y = 2 \cdot 7^{\frac{1}{2}(1-x)} = 2 \cdot 7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{-\frac{1}{2}x} = 2\sqrt{7} \cdot (7^{-\frac{1}{2}})^x$.

d Substitueer $t = 2x - 1$ in $y = \frac{1}{3} \cdot 3^{-t}$ dan volgt

$y = 2 \cdot 7^{\frac{1}{2}(2x-1)} = 2 \cdot 7^{x-\frac{1}{2}} = 2 \cdot 7^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^x = \dfrac{2}{\sqrt{7}} \cdot 7^x$.

e Substitueer $t = -\frac{1}{3}x + 2$ in $y = -5 \cdot 10^{9-3t}$ dan volgt
$y = 2 \cdot 7^{\frac{1}{2}(-\frac{1}{3}x+2)} = 2 \cdot 7^{-\frac{1}{6}x+1} = 2 \cdot 7 \cdot 7^{-\frac{1}{6}x} = 14 \cdot (7^{-\frac{1}{6}})^x$.

15a Substitueren van $t = \frac{1}{2}x$ in $y = 3 \cdot {}^{2}\log t$ geeft
$y = 3 \cdot {}^{2}\log \frac{1}{2}x = 3 \cdot ({}^{2}\log \frac{1}{2} + {}^{2}\log x) = 3 \cdot (-1 + {}^{2}\log x) = -3 + 3 \cdot {}^{2}\log x$.

b Substitueren van $t = 1,5x^{-1}$ in $y = 2 + {}^{3}\log 6t$ geeft
$y = 2 + {}^{3}\log 6 \cdot (1,5x^{-1}) = 2 + {}^{3}\log 9x^{-1} = 2 + {}^{3}\log 9 + {}^{3}\log x^{-1} = 2 + 2 - {}^{3}\log x = 4 - {}^{3}\log x$.

c Substitueren van $t = \dfrac{12}{x^3}$ in $y = -{}^{0,5}\log \frac{1}{6}t$ geeft
$y = -{}^{0,5}\log \frac{1}{6} \cdot \dfrac{12}{x^3} = {}^{2}\log \dfrac{2}{x^3} = {}^{2}\log 2 - {}^{2}\log x^3 = 1 - 3 \cdot {}^{2}\log x$.

d Substitueren van $t = 2x^5$ in $y = 5 + 2 \cdot {}^{2}\log \dfrac{4}{t}$ geeft

$y = 5 + 2 \cdot {}^{2}\log \dfrac{4}{2x^5} = 5 + 2 \cdot {}^{2}\log \dfrac{2}{x^5} = 5 + 2 \cdot ({}^{2}\log 2 - {}^{2}\log x^5) =$

$5 + 2 \cdot (1 - 5 \cdot {}^{2}\log x) = 7 - 10 \cdot {}^{2}\log x$

A-Vaardigheden

bladzijde 256

1a $f(x) = 30x + 5x^7 - 30 \Rightarrow f'(x) = 30 + 5 \cdot 7x^6 = 30 + 35x^6$

b $A(t) = 0{,}001t^{100} - 100 + 0{,}01t \Rightarrow A'(t) = 0{,}001 \cdot 100t^{99} + 0{,}01 = 0{,}1t^{99} + 0{,}01$

c $K(q) = 2(-q+1) + q = -2q + 2 + q = -q + 2 \Rightarrow K'(q) = -1$

2a $f(p) = (p-3)^2 = p^2 - 6p + 9 \Rightarrow f'(p) = 2p - 6$

b $W(z) = (z^2 - 4)(z^2 + 4) = z^4 - 16 \Rightarrow W'(z) = 4z^3$

c $T(t) = t^3(t-4)(t+3) = t^3(t^2 - t - 12) = t^5 - t^4 - 12t^3 \Rightarrow T'(t) = 5t^4 - 4t^3 - 12 \cdot 3t^2 =$
$5t^4 - 4t^3 - 36t^2$

3a De afgeleide van $P(t)$ is $P'(t) = 3t^2 + 2t - 6$ en dus is $P'(1) = 3 + 2 - 6 = -1$. De richtingscoëfficiënt van de gevraagde raaklijn is -1 en de vergelijking is $y = -t + b$, waarbij b zo gekozen moet worden dat de lijn door R gaat. De y-coördinaat van punt R is -4. Invullen van $t = 1$ en $y = -4$ in de vergelijking geeft $-4 = -1 + b$ en dus $b = -3$. De raaklijn is $y = -t - 3$.

b $P'(-1) = 3 - 2 - 6 = -5$. De raaklijn heeft de vorm $y = -5t + c$, waarbij c zo gekozen moet worden dat de lijn door $Q(-1;\ 6)$ gaat. Er moet gelden $6 = 5 + c$, dus $c = 1$. De raaklijn is $y = -5t + 1$.

c De grafiek van P daalt daar waar $P'(t) < 0$. Je moet $3t^2 + 2t - 6 < 0$ oplossen. De vergelijking $3t^2 + 2t - 6 = 0$ heeft als oplossingen $t = \frac{-2 - \sqrt{76}}{6} = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{19} \approx -1{,}79$ en $t = \frac{-2 + \sqrt{76}}{6} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{19} \approx 1{,}12$. Omdat de grafiek van P' een dalparabool is, is de oplossing van de ongelijkheid $\langle -1{,}79;\ 1{,}12 \rangle$ en daalt de grafiek van P als $-1{,}79 < t < 1{,}12$.

d Het buigpunt is hier het punt van de grafiek van P waar toenemend dalen overgaat in afnemend dalen. Je zoekt een minimum van P'. De extreme waarde van $P'(t)$ ligt bij $t = -\frac{1}{3}$ en het buigpunt van de grafiek is dan $.\left(-\frac{1}{3};\ 2\frac{2}{27}\right) \approx \left(-0{,}33;\ 2{,}07\right)$.

4a De functie A hoort niet bij de functies waarvan je de afgeleide functie moet kunnen bepalen. Je kunt het differentiaalquotiënt in $t = 1$ wel benaderen. Neem $\frac{A(1+h) - A(1)}{h}$ met bijvoorbeeld $h = 10^{-5}$. Je krijgt dan als uitkomst ongeveer 0,471.

b De helling van de raaklijn is gelijk aan het differentiaalquotiënt voor $t = 1$, dus 0,471. De vergelijking van de raaklijn is $y = 0{,}471 \cdot t + b$.
Invullen van $t = 1$ en $y = -1{,}6$ geeft $b \approx -2{,}071$ en de raaklijn is $y = 0{,}471 \cdot t - 2{,}071$.

5a $q = 0 \Rightarrow 4p \cdot (5 - 0{,}05p)^2 = 0 \Rightarrow p = 0$ of $(5 - 0{,}05p)^2 = 0 \Rightarrow p = 0$ of $5 - 0{,}05p = 0 \Rightarrow$
$p = 0$ of $0{,}05p = 5 \Rightarrow p = 0$ of $p = 100$.

b $q = 4p(5 - 0{,}05p)^2 = 4p(0{,}0025p^2 - 0{,}5p + 25) = 0{,}01p^3 - 2p^2 + 100p$, dus
$q'(p) = 0{,}03p^2 - 4p + 100$ en $q'(55) = -29{,}25$.

c De uiterste waarden horen bij afgeleide waarden 0. Je moet oplossen $0{,}01p^3 - 2p^2 + 100p = 0$. Met de *abc*-formule vind je
$D = (-4)^2 - 4 \cdot 0{,}03 \cdot 100 = 16 - 12 = 4$ en
$p = \frac{4 - \sqrt{D}}{0{,}06} = \frac{4-2}{0{,}06} = 33\frac{1}{3}$ en $p = \frac{4 + \sqrt{D}}{0{,}06} = \frac{4+2}{0{,}06} = 100$. Invullen van deze waarden in het functievoorschrift van q geeft bijbehorende y-waarden. Het maximum hoort bij $\left(33\frac{1}{3};\ 1481\frac{1}{2}\right)$ en het minimum bij $\left(100;\ 0\right)$.

d Het buigpunt is hier het punt van de grafiek van q waar toenemend dalen overgaat in afnemend dalen. Het gaat dan om een minimum van $q'(t)$. Omdat q' een tweedegraads functie is, is de bijbehorende grafiek een parabool en ligt de extreme waarde van $q'(t)$ precies midden tussen de nulpunten. Het buigpunt ligt dus bij $p = \frac{33\frac{1}{3}+100}{2} = 66\frac{2}{3}$.

bladzijde 257

6

hoek in graden	6	29,79	90	10,13	114,59	180	200	300	360	592,44
hoek in radialen	0,10	0,52	$\frac{1}{2}\pi$	1,8	2	π	3,49	$1\frac{2}{3}\pi$	2π	10,34

Voorbeeld: 6 graden is $\frac{6}{180}$-deel van 180 graden, 180 graden komt overeen met π radialen en dus komt 6 graden overeen met $\frac{6}{180}\pi \approx 0{,}10$ radialen. Voorbeeld: 10,34 radialen is $\frac{10{,}34}{\pi} \times \pi$ radialen, terwijl π radialen correspondeert met 180 graden. Dus 10,34 radialen is $\frac{10{,}34}{\pi} \times 180 \approx 592{,}44^\circ$.

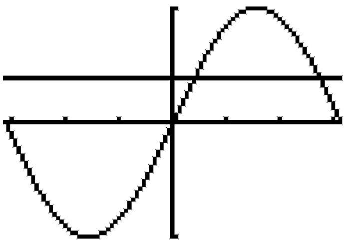
7a De relatie tussen de coëfficiënt a in $\sin ax$ en bijbehorende periode T is: $a = \frac{2\pi}{T}$ of $T = \frac{2\pi}{a}$.
De periode van f is $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$.

b De amplitude is gelijk aan 1 immers $\sin\frac{1}{3}x = 1 \cdot \sin\frac{1}{3}x$.

c In de grafiek zie je dat er 3 waarden voor x zijn binnen het domein die voldoen. Ten opzichte van de oorsprong vind je die waarden als je $\frac{1}{4}$ periode naar links gaat, als je $\frac{5}{4}$ periode naar links gaat en als je $\frac{3}{4}$ periode naar rechts gaat. De oplossing is dus: $x = -1\frac{1}{4} \cdot 6\pi$ of $x = -\frac{1}{4} \cdot 6\pi$ of $x = \frac{3}{4} \cdot 6\pi$ of ook $x = -7\frac{1}{2}\pi$ of $x = -1\frac{1}{2}\pi$ of $x = 4\frac{1}{2}\pi$.

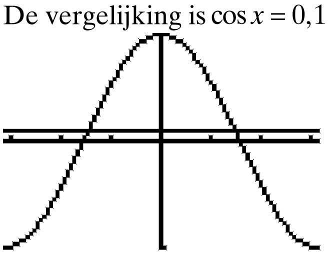
d Het gaat hier om de horizontale uitrekking met factor 3 ten opzichte van de y-as. De x moet je vervangen door $\frac{1}{3}x$. Je krijgt $g(x) = \sin(\frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{3}x)) = \sin\frac{1}{9}x$.

8a Met een rekenmachine vind je $x = \sin^{-1}(0{,}4) \approx 0{,}4115$. Dit ligt in het domein $[-\pi;\ \pi]$.



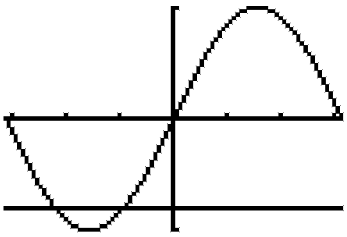
De andere oplossing vind je met $\pi - 0{,}4115 \approx 2{,}7301$. De oplossing is $x \approx 0{,}4115$ of $x \approx 2{,}7301$.

b De vergelijking is $\cos x = 0{,}1$. Met een rekenmachine vind je $x = \cos^{-1}(0{,}1) \approx 1{,}4706$.

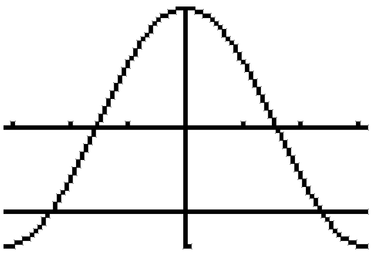


De symmetrie van de grafiek van $\cos x$ in de y-as geeft de andere oplossing $-1{,}4706$ is. De oplossing is $x \approx -1{,}4706$ of $x \approx 1{,}4706$.

c Gevraagd is om de ongelijkheid $\sin x < -0{,}81$ op te lossen. Los eerst de vergelijking $\sin x = -0{,}81$ op. Eén oplossing vind je met $x = \sin^{-1}(-0{,}81) \approx -0{,}9442$. De andere oplossing vind je door $x \approx -\pi + 0{,}9442 \approx -2{,}1974$ te nemen. In de plot zie je dat de oplossing van de ongelijkheid dan wordt $\langle -2{,}1974;\ -0{,}9442 \rangle$.



d Los eerst $\cos x = -0{,}7$ op. Met een rekenmachine vind je $x = \cos^{-1}(-0{,}7) \approx 2{,}3462$. Met de symmetrie in de y-as is de andere oplossing ongeveer $-2{,}3462$.



De oplossing van de ongelijkheid is $\langle -2{,}3462;\ 2{,}3462 \rangle$.

9a

	periode	*evenwichtsstand*	*amplitude*
f	2	*y* = 1	4
g	4	*y* = -3	2

b Voor $x = 0$ is $f(x)$ maximaal, dus kun je voor f de cosinusfunctie als uitgangspunt nemen.

De coëfficiënt van x is $\dfrac{2\pi}{periode} = \dfrac{2\pi}{2} = \pi$. Dan geldt $f(x) = 1 + 4\cos \pi x$.

Er geldt $g(0) = 0$, en verder stijgt de grafiek in dat punt. Je kunt dan voor g de sinusfunctie als uitgangspunt nemen. De coëfficiënt van x is $\dfrac{2\pi}{periode} = \dfrac{2\pi}{4} = \frac{1}{2}\pi$ en dus is $g(x) = -3 + 2\sin \frac{1}{2}\pi x$.