Hoofdstuk 1 - Rijen

bladzijde 12

V-1a Als x steeds met 1 toeneemt, dan neemt y met 4 toe.
b Voor $x = 10$ is $y = 43 + 2 \cdot 4 = 51$; voor $x = 11$ is $y = 43 + 3 \cdot 4 = 55$.
c De waarde van x neemt met hele stappen toe. De waarde van y is dan makkelijk uit te rekenen omdat die ook met hele stappen toeneemt.
d Met behulp van een formule kan je de waarde van y uitrekenen ondanks dat x niet met hele stappen toeneemt.
e Voor $x = 0$ is $y = 19 - 2 \cdot 4 = 11$.
f Het hellingsgetal is $a = 4$ en het startgetal is $b = 11$. Dit geeft de formule $y = 4x + 11$
g Voor $x = 20$ is $y = 4 \cdot 20 + 11 = 91$; voor $x = 82{,}7$ is $y = 4 \cdot 82{,}7 + 11 = 341{,}8$

V-2 A: $a = 2$ en $b = 9 - 7 \cdot 2 = -5$. De formule wordt $p = 2t - 5$
Voor $t = 12$ is $p = 2 \cdot 12 - 5 = 19$
Voor $t = 20$ is $p = 2 \cdot 20 - 5 = 35$
Voor $t = 64{,}3$ is $p = 2 \cdot 64{,}3 - 5 = 123{,}6$
B: $a = \frac{-5}{2} = -2{,}5$ en $b = 120 - 2 \cdot -2{,}5 = 125$. De formule wordt $p = -2{,}5t + 125$
Voor $t = 12$ is $p = -2{,}5 \cdot 12 + 125 = 95$
Voor $t = 20$ is $p = -2{,}5 \cdot 20 + 125 = 75$
Voor $t = 64{,}3$ is $p = -2{,}5 \cdot 64{,}3 + 125 = -35{,}75$
C: $a = 0{,}3$ en $b = 4{,}8 - 3 \cdot 0{,}3 = 3{,}9$ De formule wordt $p = 0{,}3t + 3{,}9$
Voor $t = 12$ is $p = 0{,}3 \cdot 12 + 3{,}9 = 7{,}5$
Voor $t = 20$ is $p = 0{,}3 \cdot 20 + 3{,}9 = 9{,}9$
Voor $t = 64{,}3$ is $p = 0{,}3 \cdot 64{,}3 + 3{,}9 = 23{,}19$

bladzijde 13

V-3a Als x steeds met 1 toeneemt, wordt y met 1,25 vermenigvuldigd.
b Voor $x = 11$ is $y = 244{,}14 \cdot 1{,}25^2 \approx 341{,}47$ Voor $x = 12$ is $y = 244{,}14 \cdot 1{,}25^3 \approx 476{,}84$
c De waarde van x neemt met twee hele stappen toe. De waarde van y wordt dan twee keer met de groeifactor vermenigvuldigd.
d De waarde van x neemt niet met hele stappen toe.
e Voor $x = 0$ is $y = 64 \cdot 1{,}25^{-3} \approx 32{,}77$ De formule wordt $y = 32{,}77 \cdot 1{,}25^x$.
Voor $x = 24{,}6$ is $y = 32{,}77 \cdot 1{,}25^{24{,}6} \approx 7933{,}46$
Voor $x = 45$ is $y = 32{,}77 \cdot 1{,}25^{45} \approx 752362{,}30$

V-4 A: Groeifactor is $96 : 48 = 2$; beginwaarde is voor $t = 0$ is $p = 48 : 2^7 = 0{,}375$
De formule wordt $p = 0{,}375 \cdot 2^t$
Voor $t = 12$ is $p = 0{,}375 \cdot 2^{12} = 1536$
Voor $t = 15$ is $p = 0{,}375 \cdot 2^{15} = 12288$
Voor $t = 8{,}3$ is $p = 0{,}375 \cdot 2^{8{,}3} \approx 118{,}19$
B: Groeifactor is $256 : 1024 = \frac{1}{4}$; beginwaarde is voor $t = 0$ is
$p = 1024 : \left(\frac{1}{4}\right)^6 = 4194304$
De formule wordt $p = 4194304 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^t$
Voor $t = 12$ is $p = 4194304 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{12} = \frac{1}{4}$
Voor $t = 15$ is $p = 4194304 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{15} = \frac{1}{256}$

Voor $t = 8,3$ is $p = 4194304 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{8,3} \approx 42,2$
C: Groeifactor is $11 : 10 = 1,1$; beginwaarde is voor $t = 0$ is $p = 10 : 1,1^6 \approx 5,64$
De formule wordt $p = 5,64 \cdot 1,1^t$
Voor $t = 12$ is $p = 5,64 \cdot 1,1^{12} \approx 17,7$
Voor $t = 15$ is $p = 5,64 \cdot 1,1^{15} \approx 23,6$
Voor $t = 8,3$ is $p = 5,64 \cdot 1,1^{8,3} \approx 12,4$

V-5a A: Exponentieel verband. Als x steeds met 1 toeneemt, wordt y met 0,9 vermenigvuldigd.
B: Geen van beide.
C: Lineair verband. Als x steeds met 1 toeneemt, neemt y met 2,5 toe.
b A: Voor $x = 12$ is $y = 59,05 \cdot 0,9^{(12-6)} \approx 31,38$
C: Voor $x = 12$ is $y = 8,5 + 2,5 \cdot (12 - 9) = 16$

bladzijde 14

1a 47 ; 95 ; 191
50 ; 25 ; 12,5
49 ; 190 ; 382
b 5^de^ getal: $2 \cdot 23 + 1 = 47$; 6^de^ getal: $2 \cdot 47 + 1 = 95$
c $\textit{nieuwe waarde} = \frac{1}{2} \cdot \textit{oude waarde}$; 5^de^ getal: $\frac{1}{2} \cdot 100 = 50$; 6^de^ getal: $\frac{1}{2} \cdot 50 = 25$
$\textit{nieuwe waarde} = 2 \cdot \textit{oude waarde} + 2$; 5^de^ getal: $2 \cdot 46 + 2 = 94$;
6^de^ getal: $2 \cdot 94 + 2 = 190$

2a $u_1 = 2$; $u_2 = 10 \cdot 2 + 4 = 24$; $u_3 = 10 \cdot 24 + 4 = 244$; $u_4 = 10 \cdot 244 + 4 = 2444$;
$u_5 = 10 \cdot 2444 + 4 = 24444$
b $K(0) = -\frac{1}{2}$; $K(1) = \dfrac{1}{\frac{-1}{2}} + 3 = 1$; $K(2) = \frac{1}{1} + 3 = 4$; $K(3) = \frac{1}{4} + 3 = 3\frac{1}{4}$;
$K(4) = \dfrac{1}{\frac{13}{4}} + 3 = 3\frac{4}{13}$
c $u_4 = 6$; $u_5 = 0,5 \cdot 6 = 3$; $u_6 = 0,5 \cdot 3 = 1,5$; $u_7 = 0,5 \cdot 1,5 = 0,75$; $u_8 = 0,5 \cdot 0,75 = 0,375$

3a $u_{n+1} = u_n + 3$ met $u_1 = 3$. 21 ; 24
b Kan niet.
c $u_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot u_n$ met $u_1 = 1200$. 37,5 ; 18,75
d $u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 1$ met $u_1 = 5$. 129 ; 257

4a $1400 \cdot 1,4 - 400 = 1560$; $1560 \cdot 1,4 - 400 = 1784$
b $u_n = 1,4 \cdot u_{n-1} - 400$ met $u_0 = 1400$
Voor het jaar 2010 geldt $u_6 = 1,4 \cdot u_5 - 400$.
$u_3 = 1,4 \cdot 1784 - 400 = 2097,6$; $u_4 = 1,4 \cdot 2097,6 - 400 \approx 2536,64$;
$u_5 = 1,4 \cdot 2536,64 - 400 \approx 3151,30$; $u_6 = 1,4 \cdot 3151,30 - 400 \approx 4011,81$
Ongeveer 4 012 ratten
c $v_n = 1,4 \cdot v_{n-1} - 800$ met $v_0 = 4012$
d $v_1 = 1,4 \cdot 4012 - 800 = 4816,8$; $v_2 = 1,4 \cdot 4816,8 - 800 = 5943,52$
Ongeveer 5 944 ratten

bladzijde 15

5a $O(1)=l^2$; $O(2)=\frac{1}{2}l^2$; $O(3)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}l^2=\frac{1}{4}\cdot l^2$

b $O(n+1)=\frac{1}{2}\cdot O(n)$ met $O(1)=4^2=16$

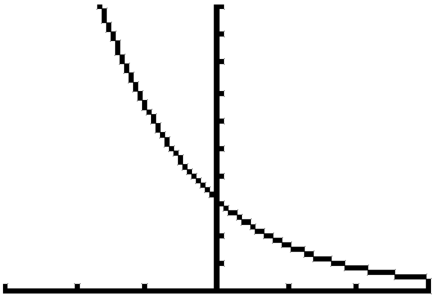
c Voor $n=14$

6a $O(3)=\frac{1}{2}\cdot O(2)=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot O(1)\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 16=16\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2$

b $O(10)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 16=\frac{1}{32}$

c De oppervlakte van het eerste vierkantje is 16. Om de oppervlakte van het n^{de} vierkantje uit te rekenen, vermenigvuldig je steeds de oppervlakte van het voorgaande vierkantje met $\frac{1}{2}$.
Dit doe je $n-1$ keer.

d



Deze grafiek is continu. De grafiek van $u_n=16\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ is een puntgrafiek.

e Bij $n=14$

7a $B(1)=250\cdot 1{,}043=€\ 260{,}75$

b $B(n)=1{,}043\cdot B(n-1)$; $B(2)=1{,}043\cdot 260{,}75\approx 271{,}96$; $B(3)=1{,}043\cdot 271{,}96\approx 283{,}66$
Dus € 283,66

c $B(n)=250\cdot 1{,}043^n$; $B(18)=250\cdot 1{,}043^{18}\approx €\ 533{,}41$

8a $u_{n+1}=3\cdot u_n$ met $u_1=9$; $u_n=9\cdot 3^{n-1}$

b $u_{n+1}=3\cdot u_n+4$ met $u_1=7$

c $u_{n+1}=u_n+3$ met $u_1=12$; $u_n=12+3(n-1)$

d $u_n=n(n-1)$

9a Elke volgende term is de som van de beide voorgangers.
$8+13=21$; $13+21=34$; $21+34=55$

b $u_{n+1}=u_n+u_{n-1}$ met $u_1=1$ en $u_2=1$

bladzijde 16

10a Vervang $t=n+1$. Dan geldt $n=t-1$. Er geldt dan
$a_{n+1}=1{,}4a_n-400\Rightarrow a_t=1{,}4a_{t-1}-400$.

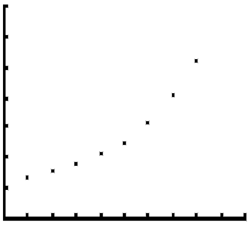
b

n	u(n)
0	1400
1	1560
2	1784
3	2097.6
4	2536.6
5	3151.3
6	4011.8

n=0

Na 5 jaar

c



```
WINDOW
↑PlotStep=1
 Xmin=0
 Xmax=10
 Xscl=1
 Ymin=0
 Ymax=7000
 Yscl=1000
```

11a $v_{n+1} = 2 \cdot v_n - 1$ met $v_1 = 3$

b $n = 7$

12a $u_n = 3 + 3(n-1)$; $u_{10} = 3 + 3(10-1) = 30$

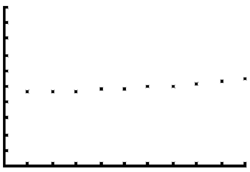
b $u_n = 1200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$; $u_{10} = 1200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10-1} = 2\frac{11}{32}$

c $u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 2$ met $u_1 = 5$; $u_{10} = 1538$

d $u_n = 560 - 7(n-1)$; $u_{10} = 560 - 7(10-1) = 497$

13a Het aantal gevangen walvissen is 30; bij het begin van de telling waren er 230 walvissen. De factor 1,1 geeft de jaarlijkse groei van de populatie aan.

b



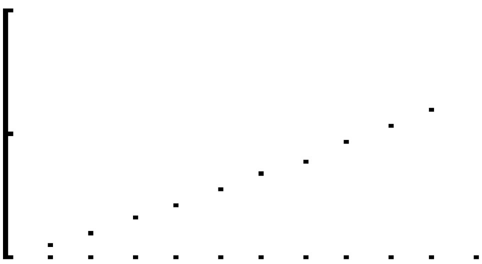
c De jaarlijkse groei bedraagt 10% van de populatie; één jaar na het begin van de tellingen zijn er dus 23 walvissen bijgekomen. Als het vangstquotum op 23 wordt gesteld is de populatie daarna weer gedaald tot 230; de populatie handhaaft zich dan op het niveau van ongeveer 230.

bladzijde 17

14a $a = \dfrac{100+4}{100} = 1{,}04$ en $b = 300$

b $K(10) = €\ 11200{,}61$

c

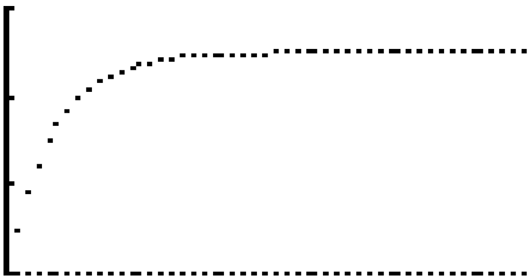


Omdat de grafiek een recursieve formule beschrijft. De bijhorende grafiek is een puntgrafiek.

d $K(10) = € \ 8799,39$

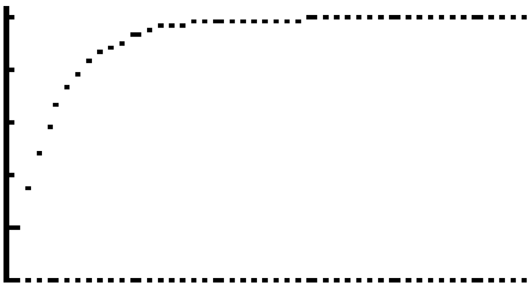
15a Er worden 2 500 bomen geplant; 80% van de bomen blijft staan.

b



Het aantal bomen stijgt de eerste 10 jaar snel tot ongeveer 12 500 en blijft daarna constant.

c



Het aantal bomen stijgt de eerste 10 jaar snel tot ongeveer 15 000 en blijft daarna constant.

d $B(t+1) = 0,75 \cdot B(t) + 3000$; Het aantal bomen stijgt de eerste 10 jaar snel tot ongeveer 15 000 en blijft daarna constant.

bladzijde 18

16a € 12,- ; € 14,-

b $u_n = u_{n-1} + 2$ met $u_1 = 10$

c € 38,-

d Voor de eerste ronde krijgt ze € 10,- en daarnaast voor elke ronde, behalve de eerste, nog € 2,-.
Dat is dus voor $n-1$ ronden. Er geldt $u_n = 10 + (n-1) \cdot 2$.

e $u_n = 10 + (n-1) \cdot 2 = 10 + 2n - 2 = 8 + 2n$

17a $u_{n+1} = u_n + 2$ met $u_1 = 3$; $u_n = 3 + (n-1) \cdot 2$

b $u_{n+1} = u_n - 20$ met $u_1 = 500$; $u_n = 500 - (n-1) \cdot 20$

c $u_{n+1} = u_n + 0,5$ met $u_1 = 49,5$; $u_n = 49,5 + (n-1) \cdot 0,5$

d $u_{n+1} = u_n - 1$ met $u_1 = -12$; $u_n = -12 - (n-1) \cdot 1$

bladzijde 19

18 $2\cdot\ s_{100}=\underbrace{101+101+...+101+101}_{\text{100 stuks}}=100\cdot\ 101$

Er geldt dus $s_{100}=\frac{1}{2}\cdot\ 100\cdot\ 101=5050$

19a $s_8=a_1+...+a_8\,;a_1=4+3(1-1)=4\,;\ a_2=4+3(2-1)=7$ enz..

b
$$\begin{array}{l} s_8=4+7+10+13+16+19+22+25 \\ s_8=25+22+19+16+13+10+7+4 \\ \hline 2\cdot\ s_8=\underbrace{29+29+29+29+29+29+29+29}_{\text{8 stuks}} \end{array}+$$

$2s_8=8\cdot 29\Leftrightarrow s_8=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 29$

20a $u_n=15+10(n-1)\,;\ \sum_{k=1}^{20}u_k=s_{20}=\frac{1}{2}\cdot 20(15+205)=2200$

b $u_n=5-0{,}5(n-1)$; $\sum_{k=1}^{20}u_k=s_{20}=\frac{1}{2}\cdot 20(5-4{,}5)=5$

21a $\sum_{k=0}^{10}v_k=s_{10}=\frac{1}{2}\cdot 11(-10+10)=0$

b $\sum_{k=0}^{10}v_k=s_{10}=\frac{1}{2}\cdot 11(0{,}1+0{,}2)=1{,}65$

22a $s_1=1^2=1\,;s_2=1^2+2^2=5\,;s_3=1^2+2^2+3^2=14\,;s_4=1^2+2^2+3^2+4^2=30\,;$
$s_5=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=55$

b Bij een rekenkundige rij is het verschil tussen opvolgende termen constant. Dat is bij deze rij niet het geval.

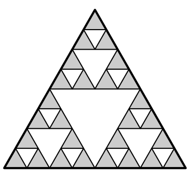
c $\sum_{n=1}^{10}n^2=1^2+2^2+..+9^2+10^2=385$; $\sum_{n=1}^{35}n^2=14\,910$

bladzijde 20

23a

n	1	2	3	4
geel	1	3	9	27
blauw	0	1	4	13

b



c $G(n+1)=3\cdot G(n)$ met $G(1)=1$

d $B(n+1)=3\cdot B(n)+1$ met $B(1)=0$

e $G(n)=3^{n-1}$

f $G(10)=3^{10-1}=19\,683$

24a $u_4 = u_2 \cdot r \cdot r$; dus $54 = 6 \cdot r^2$

b $54 = 6 \cdot r^2 \Leftrightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3$

c $u_n = 3 \cdot u_{n-1}$ of $u_n = -3 \cdot u_{n-1}$ met $u_1 = 2$; $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ of $u_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$

bladzijde 21

25a $12 \cdot r^3 = 96 \Rightarrow r = 2$

b $u_n = 2 \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 1{,}5$; $u_n = 1{,}5 \cdot 2^n$

26a De volgende term vind je door steeds $\dfrac{40-19}{3} = 7$ bij een term op te tellen.
$v_1 = 19 - 2 \cdot 7 = 5$; $v_2 = 19 - 1 \cdot 7 = 12$

b $v_n = v_{n-1} + 7$ met $v_1 = 5$; $v_n = 5 + (n-1) \cdot 7$

27a $A1: \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}\,\text{m}^2$; $A2: \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\,\text{m}^2$; $A3: \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}\,\text{m}^2$

b $A_n = \frac{1}{2} \cdot A_{n-1}$ met $A(0) = 1\text{m}^2$

c $A_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n\ \text{m}^2$

d $A_8 = \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{256}\,\text{m}^2$

28a Meetkundig rij met $r = \frac{1}{3}$.

$u_{n+1} = \frac{1}{3} u_n$ met $u_1 = 54$; $u_n = 54 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$; $u_{10} = 54 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10-1} = \frac{2}{729}$

b Geen van beide; $u_n = n^2$; $u_{10} = 10^2 = 100$

c Geen van beide, $u_n = u_{n-1} + 3(n-1)$ met $u_0 = 4$; $u_{10} = 139$

d Geen van beide; $u_n = u_{n-1} + \dfrac{3}{10^n}$ met $u_1 = 0{,}3$; $u_{10} = 0{,}3333333333$

e Rekenkundige rij
$u_{n+1} = u_n - 1{,}5$ met $u_1 = 9$; $u_n = 9 - 1{,}5n$; $u_{10} = 9 - 1{,}5 \cdot 10 = -6$

f Geen van beide; $u_n = -(-1)^n$; $u_{10} = -(-1)^{10} = -1$

29 Van 1977 tot 2002 is 25 jaar.
De reden is $r^{25} = 2{,}2 \Rightarrow r = 2{,}2^{\frac{1}{25}} \approx 1{,}032$
$B_n = 100 \cdot 1{,}032^n$

30a Het effect is vernoemd naar Droste, een producent van cacao. Op de cacaoblikken was een verpleegster afgebeeld die een plateau vast had met daarop hetzelfde blik cacao, waarop dan weer hetzelfde stond, enz.

b $r = 0{,}7$ De oppervlakte $O(1) = 37 \cdot 49 = 1813$; $O(n) = 1813 \cdot (0{,}7)^{n-1}$

c Het beeld zal net zo groot als een stipje worden. De oppervlakte is dan nagenoeg 0.

bladzijde 22

31a $r = 2$; $u_n = 2^{n-1}$; $u_{64} = 2^{64-1} = 9{,}2 \cdot 10^{18}$

b $rs_3 - s_3 = (r-1)s_3$; $r = 2$
Invullen: $2(1+2+4) - (1+2+4) = 8 - 1 = u_4 - u_1$

c $s_4 = u_5 - u_1 = 2^{5-1} - 1 = 15$; $s_5 = u_6 - u_1 = 2^{6-1} - 1 = 31$

d $s_{64} = u_{65} - u_1 = 2^{65-1} - 1 = 2^{64} - 1$

32a $r \cdot s_3 - s_3 = r\left(b + b \cdot r + b \cdot r^2\right) - \left(b + b \cdot r + b \cdot r^2\right) = \left(r-1\right) \cdot \left(b + b \cdot r + b \cdot r^2\right) = b \cdot r^3 - b$

$\left(r-1\right) \cdot s_3 = b \cdot r^3 - b \Leftrightarrow s_3 = \dfrac{b \cdot r^3 - b}{r-1}$

$u_4 = b \cdot r^{4-1} = b \cdot r^3$ en $u_1 = b$

b $s_3 = \dfrac{2 \cdot 3^{4-1} - 2 \cdot 3^{1-1}}{3-1} = \dfrac{54-2}{2} = 26$

c $s_4 = \dfrac{2 \cdot 3^{5-1} - 2 \cdot 3^{1-1}}{3-1} = \dfrac{162-2}{2} = 80$; $s_5 = \dfrac{2 \cdot 3^{6-1} - 2 \cdot 3^{1-1}}{3-1} = \dfrac{486-2}{2} = 242$

bladzijde 23

33a $r = \frac{1}{2}\,; u_n = 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$; $s_5 = \dfrac{12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{6-1} - 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1-1}}{\frac{1}{2} - 1} = \dfrac{\frac{12}{2^5} - 12}{-\frac{1}{2}} = 23\frac{1}{4}$

b $r = 3\,; u_n = 0{,}3 \cdot \left(3\right)^{n-1}$; $s_5 = \dfrac{0{,}3 \cdot \left(3\right)^{6-1} - 0{,}3 \cdot \left(3\right)^{1-1}}{3-1} = \dfrac{72{,}9 - 0{,}3}{2} = 36{,}3$

34a $s_5 = \dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^6 - \left(\frac{1}{2}\right)^0}{\frac{1}{2} - 1} = \dfrac{\frac{1}{2^6} - 1}{-\frac{1}{2}} = 1\frac{31}{32}$

b $s_5 = \dfrac{1000 \cdot \left(1{,}06\right)^6 - 1000 \cdot \left(1{,}06\right)^0}{1{,}06 - 1} \approx 6975{,}32$

35a Na 1 jaar is $B\left(1\right) = 500 \cdot 1{,}05 =$ € 525,- ; na n jaar is $B\left(n\right) = 500 \cdot 1{,}05^n$

b Rente is kapitaal verminderd met de inleg; $g\left(10\right) = 500 \cdot 1{,}05^{10} - 500 \approx$ € 314,45

c $g\left(1\right) = B\left(1\right) - B\left(0\right) = 500 \cdot 1{,}05 - 500 = 500 \cdot \left(1{,}05 - 1\right) = 0{,}05 \cdot 500$

$g\left(2\right) = 500 \cdot 1{,}05^2 - 500 \cdot 1{,}05^1 = 500 \cdot 1{,}05^1 \cdot \left(1{,}05 - 1\right) = 0{,}05 \cdot 500 \cdot 1{,}05$

$g\left(n\right) = B\left(n\right) - B\left(n-1\right) = 500 \cdot 1{,}05^n - 500 \cdot 1{,}05^{n-1} =$

$500 \cdot 1{,}05^{n-1} \cdot \left(1{,}05 - 1\right) = 0{,}05 \cdot 500 \cdot 1{,}05^{n-1}$

d $r = 1{,}05$

e $s_{10} = \dfrac{0{,}05 \cdot \left(500 \cdot 1{,}05^{10}\right) - 0{,}05 \cdot \left(500 \cdot 1{,}05^0\right)}{1{,}05 - 1} = 500 \cdot \left(1{,}05^{10} - 1\right) \approx$ € 314,45

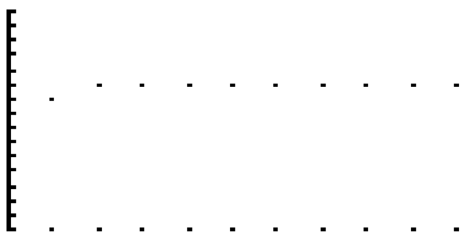
36a $u_0 = 9\,; u_1 = 9 \cdot \frac{1}{10} = \frac{9}{10}\,; u_2 = 9 \cdot \left(\dfrac{1}{10^2}\right) = \frac{9}{100}\,; u_3 = 9 \cdot \left(\dfrac{1}{10^3}\right) = 0{,}009\,; u_4 = 9 \cdot \left(\dfrac{1}{10^4}\right) = \dfrac{9}{10^4}$;

$u_5 = \dfrac{9}{10^5}\,; u_6 = \dfrac{9}{10^6}\,; u_7 = \dfrac{9}{10^7}\,; u_8 = \dfrac{9}{10^8}\,; u_9 = \dfrac{9}{10^9}$; $u_{10} = \dfrac{9}{10^{10}}$

b $r = \frac{1}{10}\,; s_0 = \dfrac{\frac{9}{10} - 9}{-\frac{9}{10}} = 9\,; s_1 = \dfrac{\frac{9}{10^2} - 9}{-\frac{9}{10}} = 9{,}9\,; s_2 = 9{,}99$; $s_3 = 9{,}999$ …… $s_9 = 9{,}999999999$

c $s_n = \dfrac{\frac{9}{10^{n+1}} - 9}{-\frac{9}{10}} = 10 - \dfrac{1}{10^n}$

d



e $s_n = 10$; De som van de waarden van s_n zal altijd kleiner dan tien blijven.

f $s_n = \dfrac{u_{n+1} - 9}{-0{,}9} = -\dfrac{u_{n+1}}{0{,}9} + 10$ De grafiek van s_n nadert 10 van de onderkant. Dit betekent dat $u_{n+1} \downarrow 0$ (nadert 0 van de bovenkant)

37 $s_n = \dfrac{u_{n+1} - u_1}{r-1} = \dfrac{b \cdot r^{n+1-1} - b}{r-1} = \dfrac{b \cdot (r^n - 1)}{r-1} = b \cdot \dfrac{r^n - 1}{r-1}$

bladzijde 24

38a 4 handdrukken

b $1+2+3+4 = 10$ handdrukken

c

aantal mensen	2	3	4	5	6	7
aantal handdrukken	1	3	6	10	15	21

d Bij 26 personen worden er $300 + 25 = 325$ handdrukken gegeven.

e u_n is noch meetkundige rij omdat een nieuwe term niet gevonden kan worden door de vorige term steeds met hetzelfde vast getal te vermenigvuldigen noch een rekenkundige rij omdat de volgende term niet gevonden kan worden door bij de voorgaande term steeds hetzelfde vast getal op te tellen.
$s_n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (v_1 + v_n)$ met v_n het aantal handdrukken voor de n^{de} persoon. Er geldt
$s_{50} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot (0 + 49) = 1225$

39a $s_1 = 15$; $s_2 = 15 + 13 = 28$; $s_3 = 28 + 11 = 39$; $s_4 = 39 + 9 = 48$; $s_5 = 48 + 7 = 55$

b $s_n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (u_1 + u_n)$

c De formule voor deze rij is $u_n = 15 - 2 \cdot (n-1)$; $u_{25} = 15 - 2 \cdot (25 - 1) = -33$
$s_{25} = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (15 - 33) = -225$

40a Een besmette computer besmet 50 andere. Dus 50 nieuwe besmettingen. Elk van deze 50 computers besmet weer 50 andere. Dus $50 \cdot 50 = 2500$ nieuwe besmettingen. Elk van deze 2500 computers besmet weer 50 andere. Dus $2500 \cdot 50 = 125\,000$ nieuwe besmettingen enzovoorts.
Er geldt $B(n) = 50^n$.

b $B(5) = 50^5 = 312\,500\,000$ Niet realistisch want er zitten veel dubbeltellingen in. Veel virussen worden geblokkeerd en niet iedereen opent verdachte bijlagen.

c $12 \cdot r^3 = 96 \Rightarrow r = 2$; $u_0 = 12 : 2^2 = 3$; $u_n = 2 \cdot u_{n-1}$; $u_n = 3 \cdot 2^n$

bladzijde 25

41a Een meetkundige rij en er geldt $u_n = 1500 \cdot 1{,}04^n$; $u_{18} = 1500 \cdot 1{,}04^{18} \approx$ € 3038,72

b $beginbedrag = \dfrac{50\,000}{1{,}04^{18}} \approx 24681{,}41$ euro

c $B(3) = 4682{,}40 \cdot 1{,}04 + 1500 \approx 6369{,}70$; $B(4) = 6369{,}70 \cdot 1{,}04 + 1500 \approx 8124{,}48$

d $B(18) = 1{,}04 \cdot B(17) + 1500 \Leftrightarrow B(18) - 1500 = 1{,}04 \cdot B(17)$ Dit is precies het bedrag dat op haar 18^de^ verjaardag is gespaard. $B(18) \approx$ € 41 506,84

e € 1807,-

42b

aantal schijven	1	2	3	4	5
aantal zetten	1	3	7	15	31

c $u_{n+1} = 2 \cdot u_n + 1$ met $u_1 = 1$; $u_n = 2^n - 1$

d $u_{64} = 2^{64} - 1$ Dit is $\dfrac{2^{64}-1}{60 \cdot 24 \cdot 365} \approx 3{,}5 \cdot 10^{13}$ jaar ofwel 35 biljoen jaar.

bladzijde 26

I-1 $47;95;191$

b $2 \cdot A1 + 1$

c Het klopt

d $\frac{1}{2} \cdot C1$; $\frac{1}{2} \cdot C2$; 50; 25; 12,5

e 94; 190

I-2 $u_1 = 2$; $u_2 = 10 \cdot 2 + 4 = 24$; $u_3 = 10 \cdot 24 + 4 = 244$; $u_4 = 10 \cdot 244 + 4 = 2\,444$;
$u_5 = 10 \cdot 2\,444 + 4 = 24\,444$

b $K(0) = -\frac{1}{2}$; $K(1) = \dfrac{1}{\frac{-1}{2}} + 3 = 1$; $K(2) = \frac{1}{1} + 3 = 4$; $K(3) = \frac{1}{4} + 3 = 3\frac{1}{4}$;
$K(4) = \dfrac{1}{\frac{13}{4}} + 3 = 3\frac{4}{13}$

c $u_4 = 6$; $u_5 = 0{,}5 \cdot 6 = 3$; $u_6 = 0{,}5 \cdot 3 = 1{,}5$; $u_7 = 0{,}5 \cdot 1{,}5 = 0{,}75$;
$u_8 = 0{,}5 \cdot 0{,}75 = 0{,}375$

I-3a $u_{n+1} = u_n + 3$ met $u_1 = 3$; 21; 24

b Kan niet.

c $u_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot u_n$ met $u_1 = 1200$. 37,5 ; 18,75

d $u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 1$ met $u_1 = 5$. 129; 257

I-4a $1\,400 \cdot 1{,}4 - 400 = 1\,560$; $1\,560 \cdot 1{,}4 - 400 = 1\,784$

b $u_n = 1{,}4 \cdot u_{n-1} - 400$ met $u_0 = 1\,400$
Voor het jaar 2010 geldt $u_6 = 1{,}4 \cdot u_5 - 400$.
$u_3 = 1{,}4 \cdot 1\,784 - 400 = 2\,097{,}6$; $u_4 = 1{,}4 \cdot 2\,097{,}6 - 400 \approx 2\,536{,}64$;
$u_5 = 1{,}4 \cdot 2\,536{,}64 - 400 \approx 3151{,}30$; $u_6 = 1{,}4 \cdot 3151{,}30 - 400 \approx 4\,011{,}81$
Ongeveer 4 012 ratten

bladzijde 27

I-5a Klopt

b De populatie wordt dan 3689

c 1000 ratten

d $B_n = 1{,}4 \cdot B_{n-1} - 420$ De eerste 9 jaar stijgt het aantal ratten niet snel en daarna stijgt dit aantal heel snel.

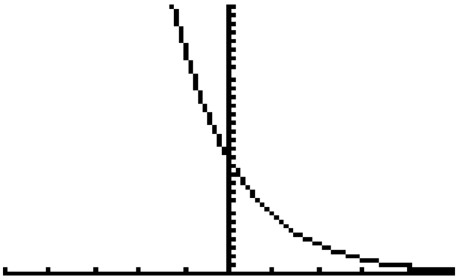
e 1400 ratten

I-6a $800 \cdot 0,5^{((A1)-1)}$

b $1,5625$

c $u_1 = 800 \cdot (0,5)^{1-1} = 800$; $u_2 = 800 \cdot (0,5)^{2-1} = 400$; $u_3 = 800 \cdot (0,5)^{3-1} = 200$;
$u_4 = 800 \cdot (0,5)^{4-1} = 100$

d



I-7a $B(1) = 250 \cdot 1,043 = €\ 260,75$

b $B(n) = 1,043 \cdot B(n-1)$; $B(3) \approx 283,66$

c $B(n) = 250 \cdot 1,043^n$; $B(18) = 250 \cdot 1,043^{18} \approx €\ 533,41$

d € 1192,49

I-8a A: $u_{n+1} = u_n + 3$ met $u_1 = 12$; $u_n = 12 + 3(n-1)$
B: $u_{n+1} = u_n - 10$ met $u_1 = 100$; $u_n = 100 - 10(n-1)$
C: $u_{n+1} = 3 \cdot u_n$ met $u_1 = 9$; $u_n = 9 \cdot 3^{n-1}$
D: $u_{n+1} = 3 \cdot u_n + 4$ met $u_1 = 7$

bladzijde 28

I-9a €12,– ; € 14,–

b $u_n = u_{n-1} + 2$ met $u_1 = 10$

c $u_n = 8 + 2n$

d $u_n = 10 + (n-1) \cdot 2 = 10 + 2n - 2 = 8 + 2n$

e € 38,–

I-10a $u_{n+1} = u_n + 2$ met $u_1 = 3$; $u_n = 3 + (n-1) \cdot 2$

b $u_{n+1} = u_n - 20$ met $u_1 = 500$; $u_n = 500 - (n-1) \cdot 20$

c $u_{n+1} = u_n + 0,5$ met $u_1 = 49,5$; $u_n = 49,5 + (n-1) \cdot 0,5$

d $u_{n+1} = u_n - 1$ met $u_1 = -12$; $u_n = -12 - (n-1) \cdot 1$

bladzijde 29

I-11a $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$; klopt

b Als je de waarden van $U(n)$ bij elkaar optelt, krijg je de waarde van $S(n)$

c $S(25) = 300$

d De som van $B(2)$ tot en met $B(26)$

e $S(50) = 1225$

I-12 $2\cdot s_{100} = \underbrace{101+101+...+101+101}_{100\text{ stuks}} = 100\cdot 101$

Er geldt dus $s_{100} = \frac{1}{2}\cdot 100\cdot 101$

I-13a $s_8 = a_1 + ... + a_8$; $a_1 = 4+3(1-1) = 4$; $a_2 = 4+3(2-1) = 7$,.....

b
$$\begin{array}{rl} s_8 = & 4+7+10+13+16+19+22+25 \\ s_8 = & 25+22+19+16+13+10+7+4 \\ \hline 2\cdot\ s_8 = & \underbrace{29+29+29+29+29+29+29+29}_{8\,\text{stuks}} \end{array} +$$

$2s_8 = 8\cdot 29 \Leftrightarrow s_8 = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 29$

I-14a $u_n = 15+10(n-1)$; $\sum_{k=1}^{20} u_k = s_{20} = \frac{1}{2}\cdot 20(15+205) = 2200$

b $u_n = 5-0,5(n-1)$; $\sum_{k=1}^{20} u_k = s_{20} = \frac{1}{2}\cdot 20(5-4,5) = 5$

I-15a $\sum_{k=0}^{10} v_k = s_{10} = \frac{1}{2}\cdot 11(-10+10) = 0$

b $\sum_{k=0}^{10} v_k = s_{10} = \frac{1}{2}\cdot 11(0,1+0,2) = 1,65$

bladzijde 32

T-1a A: 208 ; 210 ; B: $1012\frac{1}{2}$; $1518\frac{3}{4}$; C: $12\frac{1}{2}$; $6\frac{1}{4}$

b $u_{n+1} = u_n + 2$ met $u_1 = 200$; $u_{n+1} = 1,5\cdot u_n$ met $u_1 = 200$; $u_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot u_n$ met $u_1 = 200$

c $u_n = 200 + 2\cdot(n-1)$**;** $u_n = 200\cdot 1,5^{n-1}$**;** $u_n = 200\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

d $u_{20} = 200+2\cdot(20-1) = 238$; $u_{20} = 200\cdot 1,5^{20-1} \approx 443367,56$; $u_{20} = 200\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{20-1} = \dfrac{25}{65536}$

T-2a 120 mg

b 30%

c

d Na 6 dagen

e Nooit

T-3a Na 1 jaar heeft hij $3\cdot(10+11+12+13) =$ € 138,- aan zakgeld ontvangen.
Hij heeft dan $\frac{1}{2}\cdot 138 =$ € 69,- gespaard.

b $b_n = 10+(n-1)$ Op 1 december 2007 geldt $n = 12$, dus $b_{12} = 10+(12-1) =$ € 21,-.

c Noem s_n het bedrag dat hij aan het eind van het n^{de} kwartaal in totaal heeft ontvangen. De rij b_n is een rekenkundige rij, dus geldt $s_n = 3\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot n\cdot(b_1+b_n)\right]$.
Op 31 december 2009 geldt $n = 20$ en is $s_{20} = 3\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot 20\cdot(b_1+b_{20})\right] = 3\cdot 10\cdot(10+29) =$ € 1170,-. Hij heeft dan $\frac{1}{2}\cdot 1170 =$ € 585,-

T-4a $u_{n+1} = 2 \cdot u_n$ met $u_1 = 1{,}25$; $u_n = 1{,}25 \cdot 2^{n-1}$

b $1{,}25 \cdot 2^{n-1} > 10^6 \Rightarrow n = 21$

bladzijde 33

T-5a $u_1 = 2$; $u_2 = 8 - 2 = 6$; $u_3 = 26 - 8 = 18$; $u_4 = 80 - 26 = 54$; $u_5 = 242 - 80 = 162$

b Meetkundige rij; $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

c $S_n = \dfrac{2 \cdot 3^n - 2}{3 - 1} = 3^n - 1$

T-6a $u_n = 2 \cdot (0{,}1)^{n-1}$; $S_8 = \dfrac{2 \cdot (0{,}1)^{9-1} - 2}{0{,}1 - 1} = 2\frac{2}{9}$

b $v_n = 480 - 50 \cdot (n-1)$; $s_{20} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (480 - 470) = 100$

c $u_{11} = 480 - 50 \cdot (11 - 1) = -20$; $\sum_{k=11}^{20} v_k = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (-20 - 470) = -2450$

T-7a $b_1 = 3$; $b_2 = 14$; $b_3 = 61$; $b_4 = 252$; $b_5 = 1019$

b $3 + 14 + 61 + 252 + 1019 = 1349$

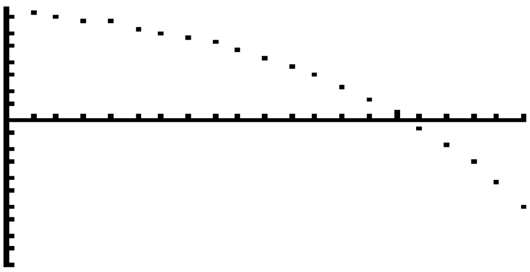
c $61 + 252 + 1019 = 1332$

d $5439 - 1349 = 4090$; b_6

T-8a $760 \cdot 1{,}12 - 110 = 741{,}2$ Dus 741 zeerobben in 2002

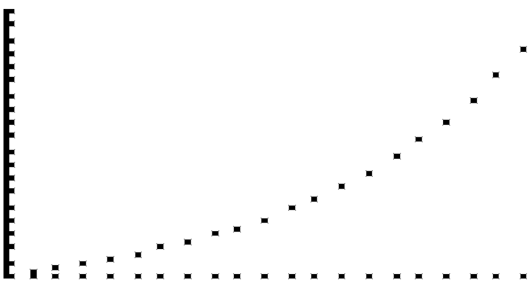
$741{,}2 \cdot 1{,}12 - 110 = 720{,}144$ Dus 720 zeerobben in 2003

b $u_{n+1} = 1{,}12 \cdot u_n - 110$ met $u_0 = 760$



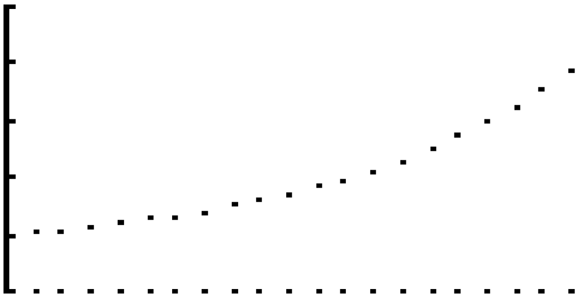
Het aantal neemt voortdurend af.

c $u_{n+1} = 1{,}12 \cdot u_n - 80$ met $u_0 = 760$



Het aantal neemt dan voortdurend toe.

d Ja; $u_{n+1} = 1{,}12 \cdot u_n - 91$ met $u_0 = 760$. Bij vangstgrootte 91.



T-9a $u_n = n^2$

b De som wordt dan $1^2 + 2^2 + ... + 19^2 + 20^2 = 2870$.

c De rij 1 ; 2; 4; 8; 16; … is een meetkundige rij met $r = 2$.

$$v_n = 1 \cdot 2^n \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot 2^n \cdot 2^{-1} = 1 \cdot 2^{n-1} = v_1 \cdot 2^{n-1}$$

$$v_n = 16 \cdot 2^n \cdot \frac{1}{32} = 16 \cdot 2^n \cdot 2^{-5} = 16 \cdot 2^{n-5} = v_5 \cdot 2^{n-5}$$