Hoofdstuk 2 - Veranderingen

bladzijde 36

V-1a 10 cm, want bij een massa van 0 kg lees je in de grafiek de lengte van 10 cm af.

b Veer B is stugger, want in de grafiek kan je aflezen dat wanneer je aan beide veren evenveel gewicht hangt, veer B korter is dan veer A.

c Van 0 naar 10 kg wordt veer B van 10 naar 30 cm uitgerekt, dus 20 cm. Per kg is dat $\frac{20}{10} = 2$ cm.

d Van 0 naar 8 kg wordt veer B van 10 naar 30 cm uitgerekt, dus 20 cm. Per kg is dat $\frac{20}{8} = 2{,}5$ cm.

V-2a Lijn m, want die stijgt het snelst.

b Lijn l gaat door de punten $(0, 2)$ en $(4, 12)$, dus de richtingscoëfficiënt is gelijk aan $\frac{12-2}{4-0} = \frac{10}{4} = 2{,}5$.
Lijn m gaat door de punten $(2, -1)$ en $(4, 6)$, dus de richtingscoëfficiënt is gelijk aan $\frac{6--1}{4-2} = \frac{7}{2} = 3{,}5$.

c Lijn m is de grafiek van f, want de richtingscoëfficiënt van de grafiek van f is gelijk aan 3,5 , net als de richtingscoëfficiënt van lijn m.

d Lijn l gaat door $(0, 2)$, dus het startgetal van lijn l is gelijk aan 2. De richtingscoëfficiënt is 2,5 , dus de functie voor lijn l is $g(x) = 2{,}5x + 2$.

e $3{,}5x - 8 = 2{,}5x + 2$
$x = 10$
Invullen in de vergelijking van een van beide lijnen geeft $y = 2{,}5 \cdot 10 + 2 = 27$.
Het snijpunt is dus $(10, 27)$.

V-3 De formule om de kosten bij Vitens te berekenen is $KV = 1{,}15w + 23$, met w het aantal m³ drinkwater en KV de kosten in euro's. De kosten bij het andere bedrijf kunnen berekend worden met $KA = 1{,}09w + 31$, weer met w het aantal m³ drinkwater en KA de kosten in euro's. Wanneer je beide grafiek plot, zie je dat de kosten van Vitens eerst lager zijn dan die van het andere bedrijf en dat na $w \approx 133{,}33$ de kosten van Vitens hoger zijn dan die van het andere bedrijf. Dus bij een afname van meer dan 133,33 m³ water is het voor meneer Dupré goedkoper om bij het andere bedrijf water af te nemen.

bladzijde 37

V-4a De richtingscoëfficiënt van lijn l is gelijk aan $\frac{11-5}{3-0} = \frac{6}{3} = 2$. De richtingscoëfficiënt van lijn m is gelijk aan $\frac{13-1}{8-0} = \frac{12}{8} = 1{,}5$. De richtingscoëfficiënt van lijn l is groter dan richtingscoëfficiënt van lijn m, dus lijn l loopt steiler.

b De richtingscoëfficiënt van lijn k is gelijk aan $\frac{3--5}{4-1} = \frac{8}{3} \approx 2{,}66$. De richtingscoëfficiënt van lijn n is gelijk aan $\frac{19-7}{18-12} = \frac{12}{6} = 2$. De richtingscoëfficiënt van lijn k is groter dan richtingscoëfficiënt van lijn n, dus lijn k loopt steiler.

c De richtingscoëfficiënt van de lijn p is gelijk aan $\frac{-10--4}{2-0}=\frac{-6}{2}=-3$. De vergelijking heeft dus de vorm $y=-3x+b$. Omdat het punt $(0,-4)$ op de lijn ligt, geldt dat

$-4=-3\cdot 0+b$.

Dus $b=-4$. Een vergelijking van de lijn p is dus $y=-3x-4$.

V-5 Punt $Q(12,60)$ invullen in de lijn met vergelijking $y=4{,}5x+6$ geeft $60=4{,}5\cdot 12+6$, waaruit volgt $60=60$, dus punt Q ligt op de lijn.

V-6a De richtingscoëfficiënt van de lijn is gelijk aan $\frac{30-10}{12-8}=\frac{20}{4}=5$. De vergelijking heeft dus de vorm $y=5x+b$. Omdat het punt $(8,10)$ op de lijn ligt, geldt dat $10=5\cdot 8+b$.

Daaruit volgt $b=-30$. Een vergelijking van de lijn is $y=5x-30$.

b De richtingscoëfficiënt van de lijn is gelijk aan $\frac{14-6}{11--5}=\frac{8}{16}=0{,}5$. De vergelijking heeft dus de vorm $y=0{,}5x+b$. Omdat het punt $(11,14)$ op de lijn ligt, geldt dat

$14=0{,}5\cdot 11+b$.

Daaruit volgt $b=8{,}5$. Een vergelijking van de lijn is dus $y=0{,}5x+8{,}5$.

c De richtingscoëfficiënt van de lijn is gelijk aan $\frac{8--4}{-1-7}=\frac{12}{-8}=-1{,}5$. De vergelijking heeft dus de vorm $y=-1{,}5x+b$. Omdat het punt $(-1,8)$ op de lijn ligt, geldt dat

$8=-1{,}5\cdot -1+b$.

Daaruit volgt $b=6{,}5$. Een vergelijking van de lijn is dus $y=-1{,}5x+6{,}5$.

d De richtingscoëfficiënt van de lijn is gelijk aan $\frac{0-9}{9-0}=\frac{-9}{9}=-1$. De vergelijking heeft dus de vorm $y=-x+b$. Omdat het punt $(0,9)$ op de lijn ligt, geldt dat $9=-0+b$.

Daaruit volgt $b=9$. Een vergelijking van de lijn is dus $y=-x+9$.

V-7a De richtingscoëfficiënt van de lijn l is gelijk aan $\frac{-2-6}{13-9}=\frac{-8}{4}=-2$. De richtingscoëfficiënt van de lijn m haal je uit de vergelijking $y=-2x+6$ en is gelijk aan –2. De richtingscoëfficiënten van beide lijnen zijn gelijk, dus ze zijn evenwijdig.

b De richtingscoëfficiënt van lijn k is 5. Lijn p loopt evenwijdig en heeft dus dezelfde richtingscoëfficiënt als lijn k. De vergelijking van lijn p heeft dus de vorm $y=5x+b$. Omdat het punt $(-3,4)$ op de lijn ligt, geldt dat $4=5\cdot -3+b$. Daaruit volgt $b=19$. Een vergelijking van de lijn is dus $y=5x+19$.

bladzijde 38

1a Om 7 uur en om 19 uur loopt de grafiek het steilst, dus toen steeg het water het sterkst.

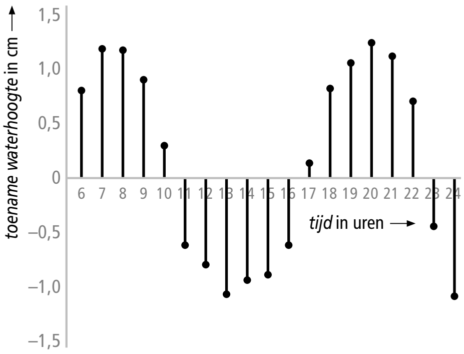
b In de periode van 12.00 uur en 13.00 uur is de grootste afname in de tabel te zien, dus toen daalde het water het sterkst, namelijk met 105 cm.

c Een stroming naar de zee, want de waterhoogte in de vaargeul daalt, dus het water stroomt van de vaargeul richting de zee.

2a

tijd in uren	*toename* in cm
5 - 6	80
6 - 7	120
7 - 8	120
8 -9	95
9- 10	25
10 - 11	–60
11 - 12	–80
12 - 13	–105
13 - 14	–95
14 - 15	–90
15 - 16	–60
16 - 17	10
17 - 18	85

b

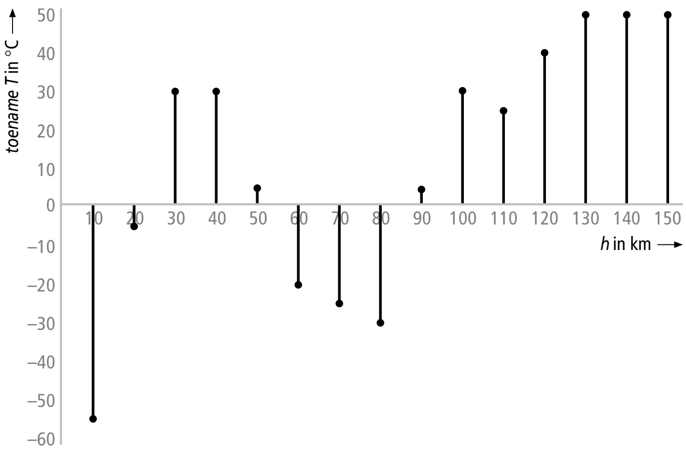


c De staven van 6 tot en met 10 uur zijn positief, dus van 5 tot 10 uur is er een stroming van zee naar land. Ook de staven van 17 tot en met 22 zijn positief, dus van 16 tot 22 uur is er ook een stroming van zee naar land.

bladzijde 39

3a

h in km	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
T in °C	0	–55	–60	–30	0	5	–15	–40	–70	–65	–35	–10	30	80	130	180
toename		–55	–5	30	30	5	–20	–25	–30	5	30	25	40	50	50	50

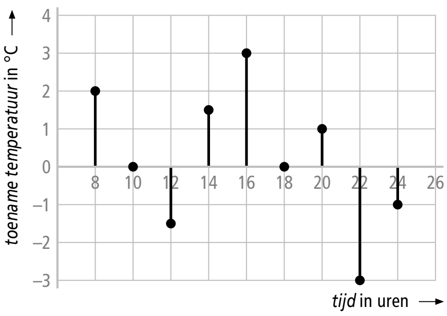


b De staven zijn even hoog.

c De toename is telkens 50 graden per 10 km. Van 150 naar 200 km is het 5 stappen van 10 km, dus er komt $5 \cdot 50 = 250$ graden bij de 180 graden die er op 150 km hoogte al was. In totaal dus $180 + 250 = 430$ °C.

4a

tijd in uren	*temperatuur* in °C	*toename*
6	14	
8	16	2
10	16	0
12	14,5	–1,5
14	16	1,5
16	19	3
18	19	0
20	20	1
22	17	–3
24	16	–1

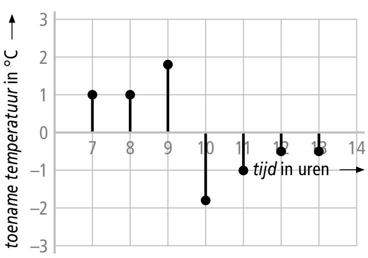


b Je weet dan niet hoe hoog de temperatuur werkelijk is, alleen hoeveel de toename of afname in die periode is.

5a Een stapgrootte van 1 uur geeft de verandering in temperatuur beter weer.

b

tijd in uren	6	7	8	9	10	11	12	13
temperatuur in graden Celsius	14	15	16	17,8	16	15	14,5	14
Toename		1	1	1,8	–1,8	–1	–0,5	–0,5



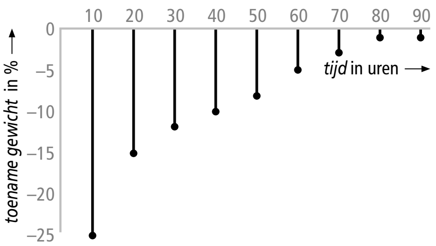
c De staaf bij 16 is het hoogst (wanneer het complete toenamediagram wordt getekend), dus in de periode van 14-16 uur steeg de temperatuur het snelst.

bladzijde 40

6a 20% van 5,21 gram, dus $0{,}2 \cdot 5{,}21 = 1{,}042$ gram.

b

tijd in uren	*percentage* van begingewicht	*toename*
0	100	
10	75	–25
20	60	–15
30	48	–12
40	38	–10
50	30	–8
60	24	–6
70	22	–2
80	21	–1
90	20	–1



c De staven worden steeds minder negatief, dus de afname van het gewicht wordt ook steeds minder.

7a Grafiek A (bijvoorbeeld $y = x$) en D (bijvoorbeeld $y = -x$).

b Kwadratische functie: grafiek B (bijvoorbeeld $y = x^2$), C (bijvoorbeeld $y = -x^2$), E (bijvoorbeeld $y = -x^2$), en F (bijvoorbeeld $y = x^2$).
Exponentiële functie: grafiek B (bijvoorbeeld $y = 2^x$), C (bijvoorbeeld $y = -0{,}5^x$), E (bijvoorbeeld $y = -2^x$), en F (bijvoorbeeld $y = 0{,}5^x$).

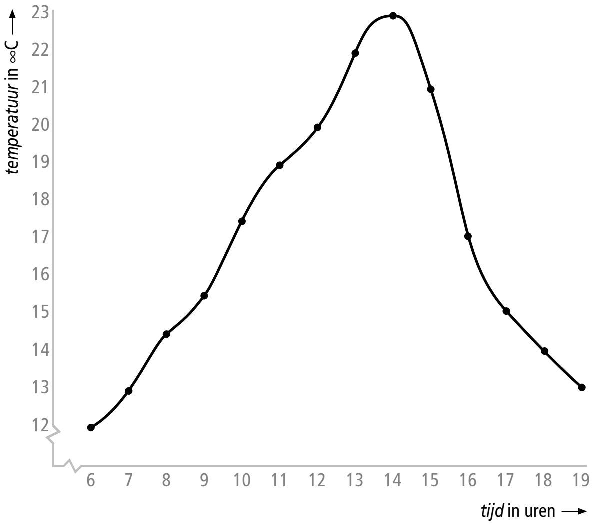
c Grafiek B (bijvoorbeeld $y = -\frac{1}{x}$), C (bijvoorbeeld $y = -\frac{1}{x}$), E (bijvoorbeeld $y = \frac{1}{x}$) en F (bijvoorbeeld $y = \frac{1}{x}$).

d 1C, 2E, 3B, 4F, 5A, 6D.

bladzijde 41

8a

tijd in uren	*toename*	*temperatuur* in °C
6		12
7	1	13
8	1,5	14,5
9	1	15,5
10	2	17,5
11	1,5	19
12	1	20
13	2	22
14	1	23
15	–2	21
16	–4	17
17	–2	15
18	–1	14
19	–1	13
20	0	13
21	0	13



b Tot en met 14.00 uur zijn de staven in het toenamediagram positief, dus stijgt de grafiek per periode van een uur. Ergens tussen 14.00 en 15.00 uur worden de staven negatief, dus begint de grafiek per uur te dalen. Waarschijnlijk wordt voordat de daling begint het hoogste punt bereikt, dus ergens tussen 14.00 en 15.00 uur.
Nb. Het is mogelijk dat in een periode waarin de grafiek in het toenamediagram een daling aangeeft (zoals de periode van 15-16 uur), de grafiek toch nog stijgt en op een hoger punt uitkomt dan dat eerder bereikt is. Dit zou kunnen als de grafiek in de rest van die periode weer zo ver daalt, dat er over de gehele periode gemeten toch een daling uitkomt. Dit is echter niet waarschijnlijk.

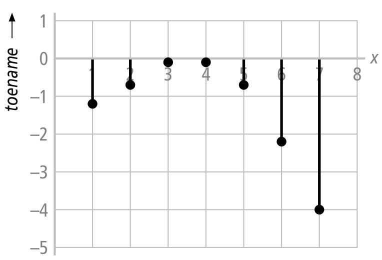
c In de periode 14-16 uur, omdat de staven daar steeds groter negatief worden.

d Om 16.00 uur.

e De staven worden vanaf dat tijdstip niet meer groter in de negatieve richting, maar kleiner.

9a

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	4	2,8	2,1	2	1,9	1,2	–1	–5
toename		–1,2	–0,7	–0,1	–0,1	–0,7	–2,2	–4

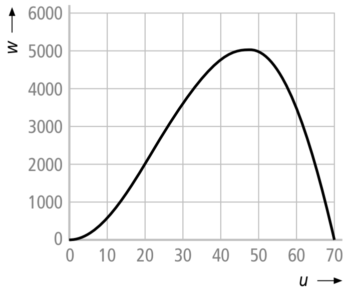


b Bij $x = 3$.

c De grafiek gaat bij $x = 3$ van een afnemende daling naar een toenemende daling. De toenamen in het toenamediagram worden tot $x = 3$ minder negatief, terwijl ze vanaf $x = 3$ weer sterker negatief worden.

10a Vul 35 in voor u in $W = -0{,}1u^3 + 7u^2$.
Dat geeft $W = -0{,}1 \cdot 35^3 + 7 \cdot 35^2 = -4287{,}5 + 8575 =$ € 4287,50 maandwinst.

b



c Met de rekenmachine vind je met CALC Maximum het uurtarief waar de winst maximaal is, namelijk $u \approx 46{,}67$

d

uurtarief u	0	10	20	30	40	50	60	70
winst W	0	600	2000	3600	4800	5000	3600	0
toename W		600	1400	1600	1200	200	–1400	–3600

e De toename gaat van een toenemende stijging naar een afnemende stijging.

f

uurtarief u	*winst W*	*toename W*
0	0,00	
5	162,50	162,50
10	600,00	537,50
15	1237,50	637,50
20	2000,00	762,50
25	2812,50	812,50
30	3600,00	787,50
35	4287,50	687,50
40	4800,00	512,50
45	5062,50	262,50
50	5000,00	–62,50
55	4537,50	–462,50
60	3600,00	–937,50
65	2112,50	–1487,50
70	0	–2112,50

De toenamen nemen toe tot aan 25 en daarna nemen ze af. Het buigpunt ligt dus bij $u \approx 25$.

g

uurtarief u	*winst W*	*toename W*
20	2000,00	
21	2160,90	160,90
22	2323,20	162,30
23	2486,30	163,10
24	2649,60	163,30
25	2812,50	162,90
26	2974,40	161,90
27	3134,70	160,30
28	3292,80	158,10
29	3448,10	155,30
30	3600,00	151,90

De toenamen nemen toe tot aan 24 en daarna nemen ze af. Het buigpunt ligt dus bij $u \approx 24$.

h De winst stijgt vanaf het buigpunt minder snel.

bladzijde 42

11a De grafiek loopt steiler tussen de 40^e en de 45^e minuut dan tussen de 55^e en de 60^e minuut. De wielrenner legt dan meer kilometers af in hetzelfde tijdsbestek van 5 minuten, dus de gemiddelde snelheid is groter.

b Als een rechte lijn, want per minuut legt de wielrenner elke keer evenveel kilometers af.

c $f(15) = -0{,}00019 \cdot 15^3 + 0{,}02 \cdot 15^2 + \sqrt{15} = 7{,}7317$, dus na 15 minuten heeft de wielrenner ongeveer 7,7 kilometer afgelegd.

d $f(30)$ is het aantal afgelegde kilometers na 30 minuten, $f(15)$ is het aantal afgelegde kilometers na 15 minuten, dus $f(30) - f(15)$ is het aantal afgelegde kilometers tussen de 15^e en de 30^e minuut.

e $f(30) = -0{,}00019 \cdot 30^3 + 0{,}02 \cdot 30^2 + \sqrt{30} = 18{,}3472$ dus
$f(30) - f(15) = 18{,}3472 - 7{,}7317 = 10{,}6155$ afgelegde kilometers tussen de 15^e en 30^e minuut.

$\dfrac{10{,}6155}{15} = 0{,}7077 \approx 0{,}71$ km/min

f In 1 uur = 60 minuten legt de wielrenner $60 \cdot 0{,}71 = 42{,}6$ af. Dus ongeveer 43 km/uur.

g $\dfrac{f(40) - f(35)}{40 - 35} = \dfrac{26{,}1646 - 22{,}2698}{5} = 0{,}779$ km/min, dus $60 \cdot 0{,}779 = 46{,}74 \approx 47$ km/uur.

bladzijde 43

12a $f(1) = (3 - \frac{1}{2} \cdot 1)^2 = 6{,}25$ en $f(4) = (3 - \frac{1}{2} \cdot 4)^2 = 1$

x	1	4
f(x)	6,25	1

b $\Delta y = f(4) - f(1) = 1 - 6{,}25 = -5{,}25$

c $\Delta x = 4 - 1 = 3$, dus $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{-5{,}25}{3} = -1{,}75$

Het differentiequotiënt van *f* op het interval [1,4] is –1,75.

13a $\Delta x = 45 - 30 = 15$ en $\Delta f = f(45) - f(30) = 380{,}25 - 144 = 236{,}25$

dus $\dfrac{\Delta f}{\Delta x} = \dfrac{236{,}25}{15} = 15{,}75$

b $\Delta x = 45 - 30 = 15$ en $\Delta f = f(45) - f(30) = 29{,}8945 - 18{,}3472 = 11{,}5473$

dus $\dfrac{\Delta f}{\Delta x} = \dfrac{11{,}5473}{15} = 0{,}7698$ km/min, dus $60 \cdot 0{,}7698 = 46{,}189 \approx 46$ km/uur.

c De 60^e minuut loopt van $t = 59$ tot $t = 60$.

$\Delta t = 60 - 59 = 1$ en $\Delta f = f(60) - f(59) = 38{,}7060 - 38{,}2791 = 0{,}4269$

dus $\dfrac{\Delta f}{\Delta t} = \dfrac{0{,}4269}{1} = 0{,}4269$ km/min, dus $60 \cdot 0{,}4269 = 25{,}612 \approx 26$ km/uur.

14a Om 8.00 uur ’s ochtends stijgt de temperatuur het snelst, want dan loopt de grafiek het steilst.

b $\Delta t = 9 - 8 = 1$ en $\Delta T = 18 - 14 = 4$

dus is $\dfrac{\Delta T}{\Delta t} = \dfrac{4}{1} = 4$ °C/uur.

c $\Delta t = 13 - 10 = 3$ en $\Delta T = 14 - 17 = -3$

dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{-3}{3} = -1$ °C /uur. (De temperatuur daalt dus gemiddeld 1 °C per uur).

d Omdat de temperatuur lineair afneemt tussen 10.00 en 13.00 uur, dus op elk tijdstip daartussen in daalt de temperatuur met dezelfde snelheid.

e Rond 14.00 en 20.00 uur, want daar loopt de grafiek horizontaal.

15a Op interval [0,2]: $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4.6569 - 0}{2 - 0} = \frac{4.6569}{2} \approx 2,33$

Op interval [2,6]: $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{6,798 - 4.6569}{6 - 2} = \frac{2,1411}{4} \approx 0,54$

Op interval [6,9]: $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p(9) - 6,798}{9 - 6} = \frac{7,5 - 6,798}{3} = \frac{0,702}{3} \approx 0,23$

b

t	1	1,1	1,4	1,5
p	3,5	3,6452	4,0329	4,149

Op interval [1;1,5]: $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4,149 - 3,5}{1,5 - 1} = \frac{0,649}{0,5} = 1,298$

Op interval [1;1,4]: $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4,0329 - 3,5}{1,4 - 1} = \frac{0,5329}{0,4} \approx 1,33$

Op interval [1;1,1]: $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{3,6452 - 3,5}{1,1 - 1} = \frac{0,1452}{0,1} \approx 1,45$

16a Wanneer je een liniaal langs de grafiek legt met dezelfde helling als de grafiek bij $t = 30$, zie je dat de wielrenner na ongeveer 57 minuten 40 km heeft afgelegd.

b $\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{40 - 18,3}{57 - 30} = \frac{21,7}{27} \approx 0,80$ km/min, dus ongeveer 48 km/uur.

bladzijde 44

17a $\Delta t = 3 - 0 = 3$ en $\Delta a = 45 - 0 = 45$

dus $\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{45}{3} = 15$ km/uur.

b

tijd t in uren	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
afstand a in km fietser A	0	7,5	15	22,5	30	37,5	45
afstand a in km fietser B	0	11,25	21	29,25	36	41,25	45

Interval	*Fietser A*	*Fietser B*
[0; 0,5]	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{15 - 7,5}{1 - 0,5} = \frac{7,5}{0,5} = 15$	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{11,25 - 0}{0,5 - 0} = \frac{11,25}{0,5} = 22,5$
[0,5; 1]	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{7,5 - 0}{0,5 - 0} = \frac{7,5}{0,5} = 15$	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{21 - 11,25}{1 - 0,5} = \frac{9,75}{0,5} = 19,5$
[1; 1,5]	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{22,5 - 15}{1,5 - 1} = \frac{7,5}{0,5} = 15$	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{29,25 - 21}{1,5 - 1} = \frac{8,25}{0,5} = 16,5$
[1,5; 2]	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{30 - 22,5}{2 - 1,5} = \frac{7,5}{0,5} = 15$	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{36 - 29,25}{2 - 1,5} = \frac{6,75}{0,5} = 13,5$
[2; 2,5]	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{37,5 - 30}{2,5 - 2} = \frac{7,5}{0,5} = 15$	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{41,25 - 36}{2,5 - 2} = \frac{5,25}{0,5} = 10,5$
[2,5; 3]	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{45 - 37,5}{3 - 2,5} = \frac{7,5}{0,5} = 15$	$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{45 - 41,25}{3 - 2,5} = \frac{3,75}{0,5} = 7,5$

c De grafiek van fietser A is een rechte lijn en de formule een lineair verband, dus fietser A fietst op elk interval even hard, namelijk altijd 15 km/uur.

d De helling van de grafiek in een punt is de snelheid van de fietser op dat moment.

e Op interval [1; 2]: $\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{36-21}{2-1} = \frac{15}{1} = 15$ km/uur

Op interval [1; 1,5]: $\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{29{,}25-21}{1{,}5-1} = \frac{8{,}25}{0{,}5} = 16{,}5$ km/uur

Op interval [1; 1,1]: $\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{22{,}77-21}{1{,}1-1} = \frac{1{,}77}{0{,}1} = 17{,}7$ km/uur

f Het antwoord bij het interval [1; 1,1], want dat zit het dichtste bij de snelheid op tijdstip $t = 1$.

18a Neem bijvoorbeeld het interval [1; 1,001]

$\frac{\Delta a}{\Delta t} \approx \frac{21{,}018-21}{1{,}001-1} = \frac{0{,}018}{0{,}001} = 18$ km/uur

b $\frac{\Delta a}{\Delta t} \approx \frac{29{,}265-29{,}25}{1{,}501-1{,}5} = \frac{0{,}015}{0{,}001} = 15$ km/uur

Dit is inderdaad gelijk aan de snelheid van fietser A.

c $\frac{\Delta a}{\Delta t} \approx \frac{36{,}012-36}{2{,}001-2} = \frac{0{,}012}{0{,}001} = 12$ km/uur

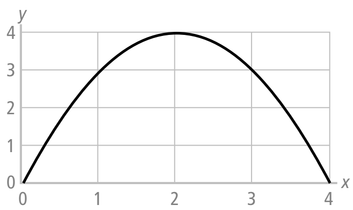
bladzijde 45

19a Hoe verder wordt ingezoomd, hoe meer de grafiek op een rechte lijn gaat lijken.

b $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{4{,}002-4}{1{,}001-1} = \frac{0{,}002}{0{,}001} = 2$

c De helling van de grafiek die raakt aan f is gelijk aan de helling van de grafiek van f in het punt $(1, 4)$, dus 2.

20a



b Kies een klein interval bij $x = 1$, bijvoorbeeld $[1; 1{,}001]$, $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{3{,}002-3}{1{,}001-1} = \frac{0{,}002}{0{,}001} = 2$

c $(3, 3)$ ligt aan de andere kant van de symmetrieas ten opzicht van $(1, 3)$, dus de helling is –2.

d Punten waar de grafiek de x-as snijdt zijn $(0, 0)$ en $(4, 0)$.

$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{0{,}004-0}{0{,}001-0} = \frac{0{,}004}{0{,}001} = 4$, dus de helling in $(0, 0)$ is gelijk aan 4.

Vanwege de symmetrie van de parabool is de helling in $(4, 0)$ gelijk aan –4.

e In de top van de parabool is de helling gelijk aan 0. Een berekening als controle:

$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{4{,}000-4}{2{,}001-2} = \frac{0{,}000}{0{,}001} = 0$, dus de helling in $(2, 4)$ is gelijk aan 0.

21a $\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{8-3}{30-10} = \frac{5}{20} = 0{,}25$ km/min, dus $60 \cdot 0{,}25 = 15$ km/uur.

b $\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{15-8}{60-30} = \frac{7}{30} = 0{,}2333$ km/min, dus $60 \cdot 0{,}2333 = 14$ km/uur.

c Omdat Ineke tussen $t = 30$ en $t = 60$ met een (nagenoeg) constante snelheid loopt (de grafiek is lineair), is de snelheid op elk tijdstip gelijk aan de gemiddelde snelheid in die periode.

d Tussen $t = 10$ en $t = 30$ is de grafiek niet lineair, dus je kunt niet zeggen dat de snelheid op $t = 15$ gelijk is aan de gemiddelde snelheid tussen $t = 10$ en $t = 30$.

e Neem 2 punten op de raaklijn: bijvoorbeeld (15, 5) en (30, 10). De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is dan $\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{10-5}{30-15} = \frac{5}{15} \approx 0{,}3333$. Dit is gelijk aan Ineke haar snelheid in km/min, dus in km/uur is haar snelheid 20.

f Teken de lijn die de grafiek raakt in het punt met $t = 80$. Dan neem je 2 punten op deze raaklijn: bijvoorbeeld (40,15) en (80,18). De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is dan $\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{18-15}{80-40} = \frac{3}{40} = 0{,}075$ Haar snelheid is dus 0,075 km/min, oftewel 4,5 km/uur.

bladzijde 46

22a Bij $t = 0$ begint de bal op de hoogte van de toren. $t = 0$ invullen in $h(t) = -5t^2 + 20t + 105$ geeft dat de toren 105 meter hoog is.

b $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{102{,}95-105}{4{,}1-4} = \frac{-2{,}05}{0{,}1} = -20{,}5$ m/s. De snelheid op $t = 4$ is dus ongeveer –20,5 m/s (dat wil zeggen, 20,5 m/s omlaag).

c $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{104{,}998-105}{4{,}0001-4} = \frac{-0{,}002}{0{,}0001} = -20$ m/s. De snelheid op $t = 4$ is dus ongeveer -20 m/s (dat wil zeggen, 20 m/s omlaag).

d –20 m/s (dat wil zeggen, 20 m/s omlaag).

e De bal raakt de grond als $t = 7$.

$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{-0{,}005-0}{7{,}0001-7} = \frac{-0{,}005}{0{,}0001} = -50$ m/s. De snelheid waarmee de bal de grond raakt is dus ongeveer –50 m/s (dat wil zeggen, 50 m/s omlaag).

f $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{125-125}{2{,}0001-2} = \frac{0}{0{,}0001} = 0$ m/s.

g De helling van de grafiek op $t = 2$ is gelijk aan de snelheid op dat tijdstip, dus 0. Dit kun je ook zien aan de grafiek: die loopt bij $t = 2$ horizontaal.

23a $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{34{,}021-34}{1{,}001-1} = \frac{0{,}021}{0{,}001} = 21$, dus de helling in $(1, 34)$ is gelijk aan 21.

$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{44-44}{2{,}001-2} = \frac{0}{0{,}001} = 0$, dus de helling in $(2, 44)$ is gelijk aan 0.

b De antwoorden van opdracht a komen overeen met de tabel.

c Bij $x = 2$ is de helling 0, daarvoor is de helling positief en daarna is de helling negatief, dus de grafiek van *f* heeft inderdaad een top voor $x = 2$.

d Een maximum, want in de tabel kun je zien dat tot $x = 2$ de grafiek stijgt en daarna daalt.

e Voer in (TI-83): $Y1 = X\,\hat{}\,3 - 15X\,\hat{}\,2 + 48X$ en $Y2 = (Y1(X + 0.001) - Y1(X))\,/\,0.001$ of $Y2 = Nderive(Y1, X, X)$.

Voer in (CASIO): $Y1 = X \wedge 3 - 15X \wedge 2 + 48X$ in de TABL mode en zet via SETUP DERIVATIVE op ON en kies via RANG de x van 6 tot en met 10, dan krijg je de volgende tabel:

X	*Y1*	*helling*
6	–36	–24
7	–56	–15
8	–64	0
9	–54	21
10	–20	48

Bij $x = 8$ is de helling ook 0, daarvoor is de helling negatief en daarna positief, dus voor $x = 8$ is er ook een top (een minimum).

bladzijde 47

24a

X	*Y1*	*helling*
0,00	0,000	
0,25	0,707	1,4142
0,50	1,000	1,000
0,75	1,225	0,8165
1,00	1,414	0,7071

b In de grafiek kun je zien dat de helling steeds meer afneemt. Voor $0 < x < 0{,}5$ is de helling groter dan 1.

c

X	*Y1*	*helling*
48	9,798	0,102
49	9,899	0,101
50	10,000	0,100
51	10,100	0,099
52	10,198	0,098

Voor $x > 50$ is de helling kleiner dan 0,1.

d De helling wordt steeds kleiner naarmate x toeneemt, maar de helling zal nooit nul worden.

e In $(0, 0)$ loopt de grafiek verticaal en een verticale lijn heeft geen hellingsgetal. Je zou ook kunnen zeggen dat de helling oneindig groot is in $(0, 0)$.

25a

Na 12 dagen komt het aantal insecten voor het eerst boven de 1000.

b Meer insecten zorgen ook voor meer nakomelingen.

c De grafiek is toenemend stijgend.

d

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	300	331	366	405	447	494	546	603	667	737
groeisnelheid	30,0	33,1	36,6	40,4	44,7	49,3	54,5	60,3	66,6	73,6

De groeisnelheid lijkt dus evenredig met de grootte van het aantal insecten met evenredigheidsfactor 0,1, oftewel $groeisnelheid = 0{,}1 \cdot N$.

26a De opbrengst neemt eerst sterker toe dan de kosten, daarna minder sterk en uiteindelijk neemt de opbrengst zelfs af terwijl de kosten blijven toenemen.

b $\frac{\Delta O}{\Delta q} = \frac{90}{6} = 15$, dus de gemiddelde opbrengst is 15 euro per zonnewijzer.

c De raaklijnen aan de grafieken zijn ongeveer evenwijdig voor $q = 15$.

d Het verschil opbrengst – kosten is daar maximaal, omdat daarna de kosten sterker gaan toenemen dan de opbrengst. Ook de afstand tussen de grafieken is daar maximaal.

27a

q	*Helling O*	*Helling K*
0	18	0
5	13	1
10	8	2
15	3	3
20	–2	4
25	–7	5
30	–12	6

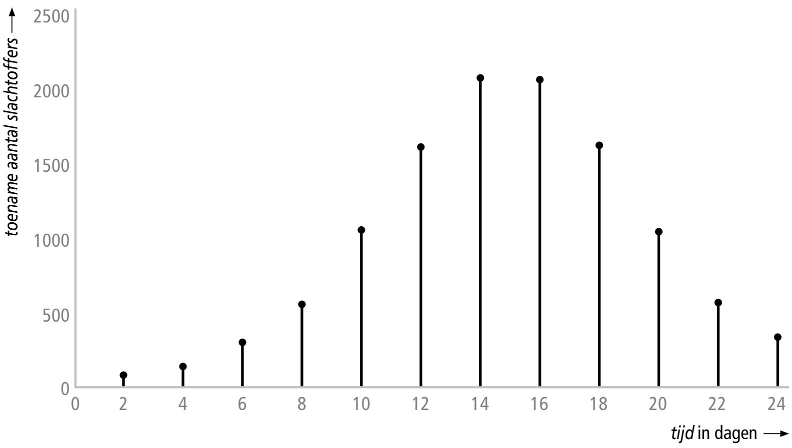
b Bij $q = 15$ is zowel voor de opbrengst als voor de kosten de helling gelijk aan 3.

c De maximale winst is $O(15) - K(15) = 157{,}5 - 32{,}5 = 125$ euro.

bladzijde 48

28a 12 000

b



c Op dat moment nam het aantal slachtoffers het sterkst toe.

d De algemene formule van een exponentiële functie is $f(x) = a \cdot b^x$. Uit de grafiek kun je 2 punten aflezen: (4, 300) en (14, 6000). In 10 dagen is het aantal slachtoffers dus gegroeid van 300 naar 6000. De groeifactor per 10 dagen is dan $\frac{6000}{300} = 20$. De groeifactor per dag is dan $\sqrt[10]{20} \approx 1{,}3494$. De formule wordt dan $f(x) = a \cdot 1{,}3494^x$. Invullen van (4, 300) geeft $300 = a \cdot 1{,}3494^4$, dus $a = 90{,}5126 \approx 90{,}5$. Een functievoorschrift die de grafiek goed benaderd is dan $f(x) = 90{,}5 \cdot 1{,}35^x$.

29a $N(0) = 50$, $N(1) = 69$, dus in het eerste jaar komen er 19 konijnen bij.

b $N(2) = 196$, $N(3) = 539$, dus in het derde jaar komen er 343 konijnen bij.

c $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{2305 - 50}{5 - 0} = \frac{2255}{5} = 451$, dus er komen gemiddeld 451 konijnen per jaar bij in de periode [0, 5].

d $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{69,0055-69}{1,0001-1} = \frac{0,0055}{0,0001} = 55$, dus met 55 konijnen per jaar.

e Omdat de snelheid in het eerste jaar niet constant gelijk aan de snelheid op $t = 1$ is, maar steeds toeneemt.

30a Het begin van 1997 is hetzelfde als rond tijdstip $t = 0$. Om te weten hoe snel het aantal inwoners groeide, moet je een differentiequotiënt berekenen.

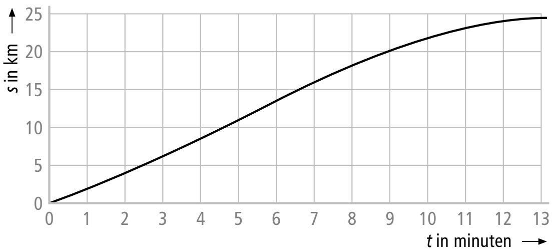
$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{1,2500174-1,25}{0,001-0} = \frac{0,0000174}{0,001} \approx 0,0174$ miljard inwoners per jaar, dus 17,4 miljoen per jaar.

b 1-1-2015 is 18 jaar na 1-1-1997, dus $t = 18$.
Het verwachte aantal inwoners is dan $P = 1,25 \cdot 1,014^{18} \approx 1,605$ miljard.

c $\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{1,6054591-1,6054368}{18,001-18} = \frac{0,00002228}{0,001} \approx 0,0223$ miljard inwoners per jaar, dus 22,3 miljoen per jaar.

bladzijde 49

31a



Het eerste stuk gaat mevrouw Achterhuis steeds harder rijden, ergens halverwege mindert ze vaart en gaat ze steeds langzamer rijden.

b Plot de grafiek van de hellingen, dus van de snelheid, en bepaal met CALC Maximum de grootste snelheid.
Je vindt dan dat de grootste toename en dus de grootste snelheid bij $t \approx 5$ plaats vindt. De snelheid was daar ongeveer 2,5 km/min (= 150 km/u!).

c Meneer Bouma heeft 12 minuten met 2 km/min gereden, dus hij heeft in totaal 24 km afgelegd.

d $s(t) = 2t$

e Snijd de grafiek van opdracht b met $Y3 = 2$ en bepaal het snijpunt met CALC Intersect. Na 1,27 minuten en na 8,73 minuten reden mevrouw Achterhuis en meneer Bouma met dezelfde snelheid.

32a Opbrengst = prijs per kop × aantal kopjes = 60 × 100 = 6000 cent.
Kosten = kosten per kop × aantal kopjes = 25 × 100 = 2500 cent
Winst = Opbrengst – Kosten = 6000 – 2500 = 3500 cent, oftewel € 35.
Of: Winst per kopje = € 0,35, dus Totale Winst = $100 \cdot 0,35 = 35$ euro.

b Het aantal kopjes soep q dat verkocht wordt neemt met 20 toe als de prijs met 5 cent afneemt.
Bij de prijs van 45 cent worden er 160 kopjes verkocht; bij de prijs van 35 cent worden er 200 kopjes verkocht.

c Opbrengst = 35 × 200 = 7000 cent
Kosten = 25 × 200 = 5000 cent
Winst = 7000 – 5000 = 2000 cent, oftewel € 20.
Of: Winst per kopje = € 0,10, dus Totale Winst = $200 \cdot 0{,}10 = 20$ euro.
Dat is dus minder winst dan tot nu toe.

d De winst is de opbrengst min de kosten. De winst is dus maximaal wanneer de grafiek van de opbrengst zo ver mogelijk boven de grafiek van de kosten ligt.
Of: de winst is maximaal als de grafieken even steil lopen. Dat is ongeveer bij $p = 55$.

e Het aantal kopjes q neemt met 20 af als de prijs p met 5 toeneemt. De richtingscoëfficiënt is dus $\frac{-20}{5} = -4$. Het functievoorschrift wordt dan $q(p) = -4p + b$. Vul (60, 100) in en je krijgt $100 = -4 \cdot 60 + b$ en daaruit volgt $b = 340$. Het voorschrift voor q uitgedrukt in p is dus $q(p) = -4p + 340$.

f Opbrengst = prijs per kop × aantal kopjes = $p \cdot q = p \cdot (-4p + 340) = -4p^2 + 340p$
Kosten = kosten per kop × aantal kopjes = $25 \cdot q = 25 \cdot (-4p + 340) = -100p + 8500$
Winst = Opbrengst – Kosten = $(-4p^2 + 340p) - (-100p + 8500) = -4p^2 + 440p - 8500$

g

p	60	61
TW	3500	3456

De winst verandert dus met –44 cent (de winst wordt 44 cent minder).

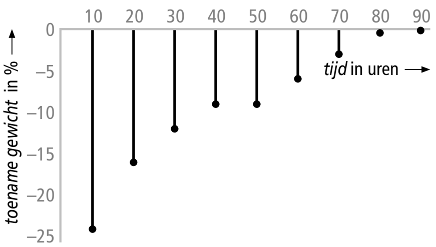
h Voer op je rekenmachine in: $Y1 = -4X^2 + 440X - 8500$. Met CALC maximum vind je een maximum bij $p = 55$.

i $TW(55) = 3600$, dus de maximale winst is 3600 cent, oftewel € 36,-.

bladzijde 50

I-1a Uit de grafiek kun je aflezen dat na ongeveer 4 dagen (96 uur) er nog 20% van het begingewicht over is, oftewel ongeveer $0{,}20 \cdot 5{,}21 = 1{,}042$ gram.

b

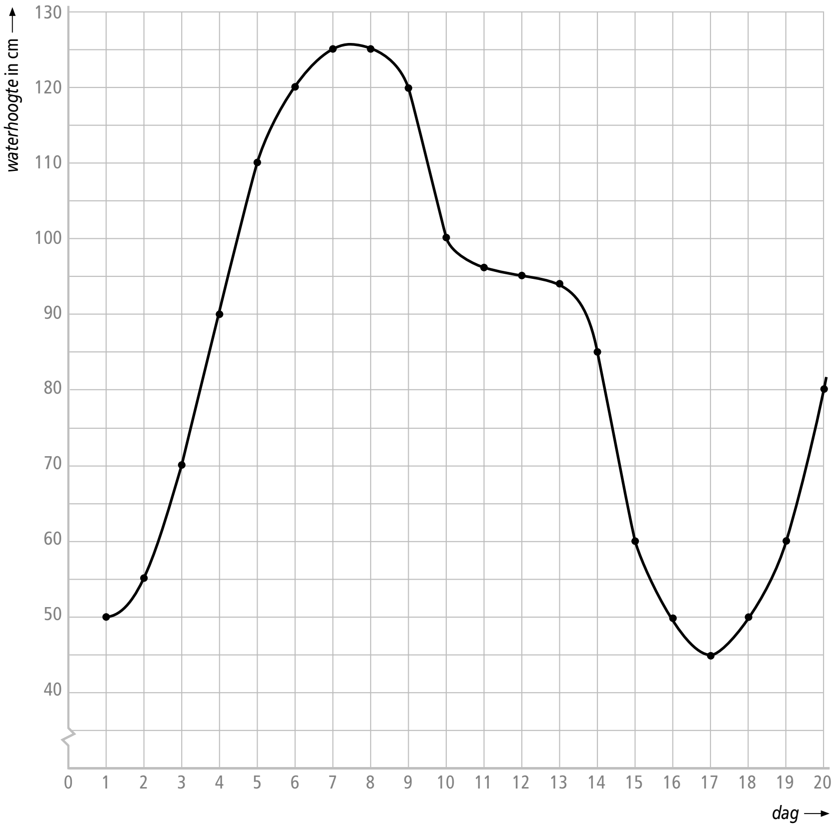


c De staven naar beneden (de afname) worden steeds kleiner, maar het duurt heel lang voordat ze volledig 0 zijn geworden en er een constant gewicht is bereikt.

I-2 1C, 2E, 3B, 4F, 5A, 6D.

I-3a

t in dagen	*waterhoogte* in cm
1	50
2	55
3	70
4	90
5	110
6	120
7	125
8	125
9	120
10	100
11	96
12	95
13	94
14	85
15	60
16	50
17	45
18	50
19	60
20	80



b Bij dag 8 gaat het toenamediagram over van stijging (positieve waarden) naar daling (negatieve waarden).

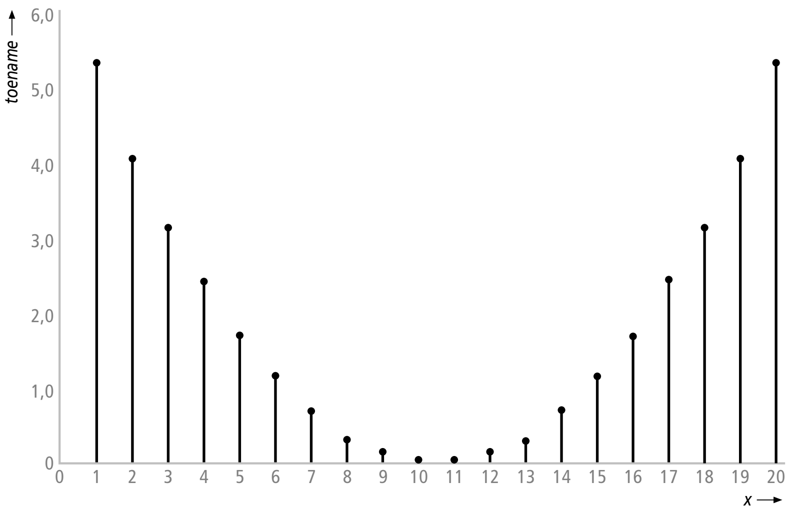
c Van dag 10 tot en met 12 en van dag 15 tot en met 17 was er sprake van een afnemende daling van de waterhoogten.

d Rond dag 12.

e De negatieve staven worden in plaats van steeds kleiner weer steeds groter.

bladzijde 51

I-4a



b $x = 10$

c De grafiek gaat over van een afnemende stijging naar een toenemende stijging. Het toenamediagram heeft een minimum.

I-5a In een top is de toename gelijk aan 0 en gaat het toenamediagram over van een toename naar een afname (bij een maximum) of van een afname naar een toename (bij een minimum).

b In een toenamediagram kun je niet zien dat de grafiek een snijpunt met de x-as heeft.

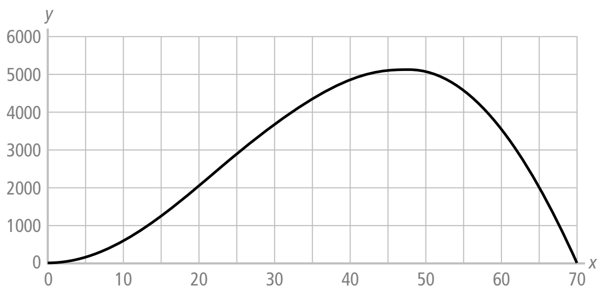
c Dan zijn de staven van het toenamediagram even hoog.

d Het toenamediagram gaat over van kleiner wordende negatieve (respectievelijk positieve) staven naar groter wordende negatieve (respectievelijk positieve) staven of andersom.

e Bij een top in het toenamediagram loopt de grafiek het steilst omhoog (de top is een maximale toename) of het steilst naar beneden (de top is een maximale afname) of het minst steil omhoog (de top is een minimale toename) of het minst steil omlaag (de top is een minimale afname).
Wanneer het toenamediagram de x-as snijdt, is er sprake van een top in de grafiek; dit is een maximum wanneer er een overgang plaatsvindt van toename naar afname en een minimum indien er een overgang plaatsvindt van afname naar toename.
Wanneer het toenamediagram een constante helling heeft, is de grafiek een deel van een dalparabool wanneer de helling positief is en een deel van een bergparabool waneer de helling negatief is (een constante toename van de toename is gekoppeld aan een kwadratische functie).

I-6a $W(35) = €\ 4287{,}50$

b



Instelling voor de y-as: $[0, 6000]$

c Bij $u \approx 47$ is de winst maximaal.

d Met "Tabellen $\rightarrow$ Horizontale tabel" kun je een horizontale tabel laten tekenen.

uurtarief u	0	10	20	30	40	50	60	70
winst W	0	600	2000	3600	4800	5000	3600	0
toename W		600	1400	1600	1200	200	–1400	–3600

e De toename wordt eerst steeds groter en na $u = 30$ weer kleiner, dus de grafiek is dan van een toenemende stijging naar een afnemende stijging overgegaan.

f

uurtarief u	*winst W*	*toename W*
0	0	
5	162,5	162,5
10	600	437,5
15	1237,5	637,5
20	2000	762,5
25	2812,5	812,5
30	3600	787,5
35	4287,5	687,5
40	4800	512,5
45	5062,5	262,5
50	5000	–62,5
55	4537,5	–462,5
60	3600	–937,5
65	2112,5	–1487,5
70	0	–2112,5

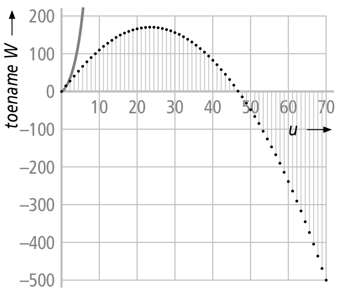
Het buigpunt ligt ongeveer bij $u = 25$.

g

uurtarief u	*winst W*	*toename W*
20	2000,00	
21	2160,9	160,9
22	2323,2	162,3
23	2486,3	163,1
24	2649,6	163,3
25	2812,5	162,9
26	2974,4	161,9
27	3134,7	160,3
28	3292,8	158,1
29	3448,1	155,3
30	3600	151,9

Dus het buigpunt ligt bij $u = 24$.

h



i Bij het buigpunt stijgt de winst het snelst.

bladzijde 52

I-7a De grafiek loopt steiler tussen de 40^e^ en de 50^e^ minuut dan tussen de 50^e^ en de 60^e^ minuut.
De wielrenner legt dan meer kilometers af in hetzelfde tijdsbestek van 10 minuten, dus de gemiddelde snelheid is groter.

b Na 30 minuten heeft de wielrenner 18,35 km afgelegd, na 45 minuten 29,89 km. Dus de afstand is $29{,}89 - 18{,}35 = 11{,}54$ km toegenomen. De tijd is 15 minuten toegenomen.

c $\frac{11{,}54}{15} \approx 0{,}77$ km/min, dus $60 \cdot 0{,}77 = 46{,}16$ km/uur.

I-8a Met CALC Maximum kun je de top bepalen zie je dat op $t=3$ de vuurpijl de maximale hoogte bereikt. Op $t=0$ is de hoogte $h(0)=2$, op $t=3$ is de hoogte $h(3)=47$, dus de vuurpijl is 45 meter gestegen.

b De gemiddelde snelheid is $\frac{45}{3}=15$ m/s.

c $h(5)-h(3)=27-47=-20$. In de periode van $t=3$ tot $t=5$ is de vuurpijl 20 meter gedaald.

d $\frac{h(5)-h(3)}{5-3}=\frac{27-47}{2}=-10$. De gemiddelde snelheid van de vuurpijl over het interval [3, 5] was dus 10 m/s omlaag.

bladzijde 53

I-9a $f(1)=(3-\frac{1}{2}\cdot 1)^2=6{,}25$ en $f(4)=(3-\frac{1}{2}\cdot 4)^2=1$

x	1	4
f	6,25	1

b $\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{1-6{,}25}{4-1}=\frac{-5{,}25}{3}=-1{,}75$

Het differentiequotiënt van *f* op het interval [1, 4] is gelijk aan –1,75.

I-10a

x	30	45
f	18,35	29,89

dus $\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{11{,}54}{15}=0{,}77$ km/min

b $60\cdot 0{,}77\approx 46$ km/uur.

c De 60^e minuut is van $t = 59$ tot $t = 60$, dus het differentiequotiënt op het interval [59, 60] is hetzelfde als de gemiddelde snelheid in de 60^e minuut.

d $\Delta t=60-59=1$ en $\Delta f=f(60)-f(59)=38{,}71-38{,}28=0{,}43$

dus $\frac{\Delta f}{\Delta t}=\frac{0{,}43}{1}=0{,}43$ km/min, dus $60\cdot 0{,}43\approx 26$ km/uur.

e $\Delta t=34-33=1$ en $\Delta f=f(34)-f(33)=21{,}48-20{,}70=0{,}78$

dus $\frac{\Delta f}{\Delta t}=\frac{0{,}78}{1}=0{,}78$ km/min, dus $60\cdot 0{,}78\approx 47$ km/uur.

I-11a

x	0	1	4	9	16
y	0	6	8	6	0

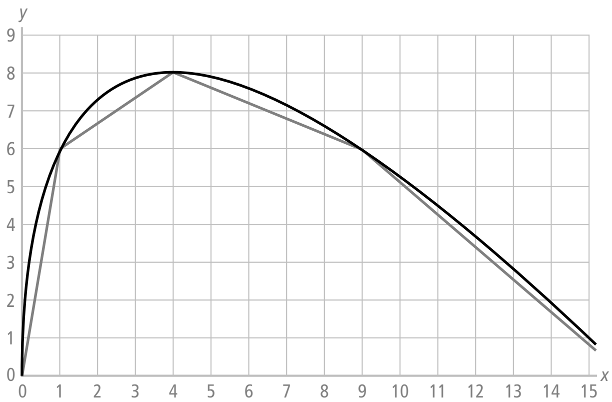
Interval [0, 1]: $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{6-0}{1-0}=6$

Interval [1, 4]: $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{8-6}{4-1}=\frac{2}{3}$

Interval [4, 9]: $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{6-8}{9-4}=-\frac{2}{5}$

Interval [9, 16]: $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{0-6}{16-9}=-\frac{6}{7}$

b



Lijnstuk A gaat door $(0,0)$ en $(1,6)$, dus het hellingsgetal is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{6-0}{1-0}=6$

Lijnstuk B gaat door $(1,6)$ en $(4,8)$, dus het hellingsgetal is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{8-6}{4-1}=\frac{2}{3}$

Lijnstuk C gaat door $(4,8)$ en $(9,6)$, dus het hellingsgetal is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{6-8}{9-4}=-\frac{2}{5}$

Lijnstuk D gaat door $(9,6)$ en $(16,0)$, dus het hellingsgetal is $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{0-6}{16-9}=-\frac{6}{7}$

De hellingsgetallen en de differentiequotiënten zijn gelijk.

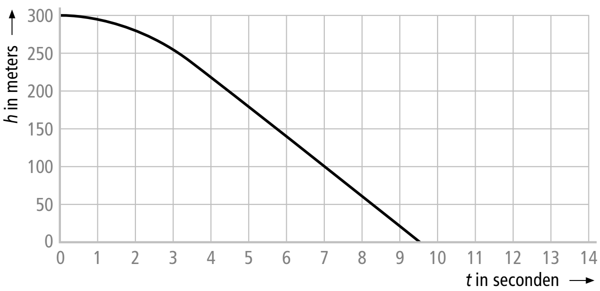
I-12a De lijn daalt.

b Groter (minder negatief), want de lijn loopt minder steil naar beneden.

c Voor $p=8$, want bij $x=8$ is de grafiek op dezelfde hoogte als bij $x=2$.

I-13a Een dalende rechte lijn met dezelfde richting als de grafiek op $t=4$ heeft, want het voorwerp houdt die snelheid.

b



c Het hellingsgetal is ongeveer –39 (exact –39,2).

d $\frac{\Delta h}{\Delta t}=\frac{221{,}600-225{,}471}{4-3{,}9}=\frac{-3{,}871}{0{,}1}\approx -39$ m/s. Dat komt ongeveer overeen met het antwoord van opdracht c.

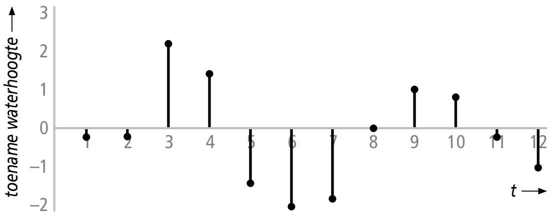
bladzijde 56

T-1a

t in maanden	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
waterhoogte in *m*	2,75	2,5	2,5	5,5	5,9	4,5	2,5	0,5	0,5	2,3	3,3	3,1	2,5

b

maand	j	f	m	a	m	j	j	a	s	o	n	d
toename	–0,25	0	3	0,4	–1,4	–2	–2	0	1,9	0,9	–0,2	–0,6



c In maart. Maart heeft 31 dagen, dus het water steeg met $\frac{3}{31} \approx 0{,}097$ meter per dag.

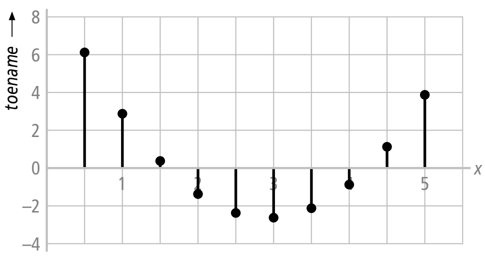
d In juni en juli daalde het water het meest, namelijk met 2 meter. Aangezien juni maar 30 dagen heeft en juli 31, daalde in juni het water het snelst, namelijk met $\frac{2}{30} \approx 0{,}067$ meter per dag.

T-2a

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	0	6,125	9	9,375	8	5,625	3	0,875	0	1,125	5

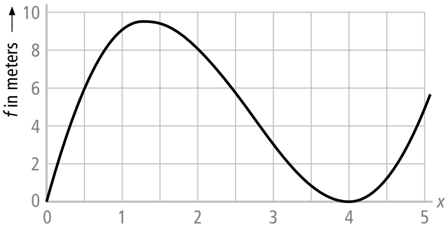
b

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
toename		6,125	2,875	0,375	–1,375	–2,375	–2,625	–2,125	–0,875	1,125	3,875



c Het buigpunt van de grafiek van *f* ligt bij $x = 3$, want dan gaat het toenamediagram over van toenemende daling naar afnemende daling.

d

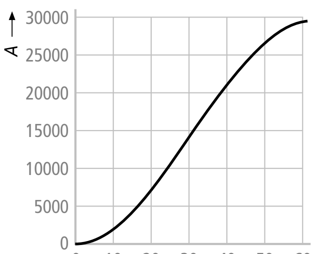


In de grafiek is te zien dat het buigpunt bij $x = 3$ ligt.

T-3a Ralf rijdt een uur lang, dus 60 minuten.

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{29100 - 0}{60 - 0} = \frac{29100}{60} = 485 \text{ m/min.}$$

b



De snelheid neemt eerst toe tot ongeveer de 30e minuut en daarna weer af.

c $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{4406,25 - 586,75}{10} = 383,75$, dus de gemiddelde snelheid is ongeveer 384 m/min.

d $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{29100 - 26500}{10} = 260$, dus de gemiddelde snelheid is 260 m/min.

T-4a Voer op je rekenmachine in $Y1 = 30x - 5x^2$ Met CALC maximum vind je een maximum bij $t = 3$ seconden. $h(3) = 45$, dus de hoogte is 45 meter.

b $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{40 - 25}{1} = 15$, dus de gemiddelde snelheid is 15 m/s.

c $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{39,90 - 40}{0,01} = -10$, dus de snelheid is ongeveer 10 m/s omlaag.

d 10 m/s = 3600 · 10 m/uur = 36 km/uur

e De steen valt op de grond na 6 seconden, want $h(6) = 0$.

t	6	6,001
h	0	–0,030

$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{-0,030}{0,001} = -30$, dus de snelheid is ongeveer 30 m/s omlaag.

bladzijde 57

T-5a $G(0) = 2,4$ gram.

t	0	0,001
G	2,4	2,40031

b $\frac{\Delta G}{\Delta t} = \frac{0,00031}{0,001} = 0,31$, de groeisnelheid op $t = 0$ is ongeveer 0,31 gram per dag.

t	20	20,001
G	32,98438	32,98870

$\frac{\Delta G}{\Delta t} = \frac{0,00432}{0,001} = 4,32$ dus de groeisnelheid op $t = 20$ is ongeveer 4,32 gram per dag.

c Maak de tabel op de TI-83 met $Y1 = 2.4 * 1.14 \wedge X$ en $(Y1(X + 0.001) - Y1(X)) / 0.001$ of Nderive (Y1, X, X). Op de CASIO met $Y1 = 2.4 * 1.14 \wedge X$, $Y1 = 2.4 * 1.14 \wedge (X + 0.001)$ en $Y3 = (Y2 - Y1) / 0.001$. *Y3* is dan de hellingfunctie.

tijd t	*gewicht G*	*groeisnelheid*
0	2,400	0,31447
5	4,621	0,60548
10	8,897	1,1658
15	17,131	2,2447
20	32,984	4,3219
25	63,509	8,3214
30	122,280	16,022

Er geldt steeds het lineaire verband: $groeisnelheid \approx 0,131G$.

T-6a

q	TK	TO	Toename TK	Toename TO
0	10	0		
1	12	150	2	150
2	18	212,13	6	62,13
3	28	259,81	10	47,68
4	42	300	14	40,19
5	60	335,41	18	35,41
6	82	367,42	22	32,01
7	108	396,86	26	29,44
8	138	424,26	30	27,40
9	172	450	34	25,74
10	210	474,34	38	24,34

TO neemt in het begin snel toe en daarna steeds langzamer, terwijl TK aan het begin heel langzaam toeneemt en daarna steeds sneller.

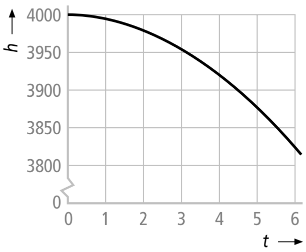
b De winst van de brander zal maximaal zijn wanneer de opbrengst en de kosten even snel toenemen, dus bij 7 of 8 containers.

c $TW(q) = TO - TK = 150\sqrt{q} - (2q^2 + 10) = 150\sqrt{q} - 2q^2 - 10$

d $TW(6) = 285{,}42$, $TW(7) = 288{,}86$ en $TW(8) = 286{,}25$, dus de winst is maximaal € 288,86 bij een verkoop van 7 containers.

T-7a In gedeelte I valt de parachutist steeds sneller.
In gedeelte II valt de parachutist met constante snelheid.
In gedeelte III neemt de snelheid waarmee de parachutist valt af.
In gedeelte II valt de parachutist met constante snelheid (maar een lagere snelheid dan bij gedeelte II).

b



c $\dfrac{\Delta h}{\Delta t} \approx \dfrac{-0{,}0294}{0{,}001} = -29{,}4$ dus de snelheid is ongeveer 29,4 m/s omlaag.

d Op $t = 6$ is het einde van de vrije val

t	6	6,001
h	3823,60	3823,5412

$\dfrac{\Delta h}{\Delta t} \approx \dfrac{-0{,}0588}{0{,}001} = -58{,}8$; de snelheid is ongeveer 58,8 m/s dus 212 km/uur omlaag, inderdaad ongeveer 210 km/uur.

e De parachutist opent zijn parachute 870 meter boven de grond, dat is na 56 seconden.
2 seconden later, dus na 58 seconden, is de parachutist 50 meter gevallen, dus zijn hoogte is dan nog 820 meter. Uit de grafiek lijkt het dat hij na 175 seconden op de grond belandt.

t	58	175
h	820	0

$\dfrac{\Delta h}{\Delta t} = \dfrac{-820}{117} = -7{,}0$ m/s, dus de snelheid in het laatste gedeelte is ongeveer 25 km/uur omlaag.

T-8 Op $t = 1$ is de bal op dezelfde hoogte als op $t = 3$, alleen is hij in het eerste geval onderweg omhoog en in het tweede geval omlaag. Daardoor is de gemiddelde snelheid 0 m/s.