# Hoofdstuk 3 - De afgeleide functie

***bladzijde 76***

**V-1a** Plot de grafiek van $y_1 = x^3 + x + 1$.
Met calc-zero vind je $x \approx -0{,}68$.
**b** Plot ook de grafiek met $y_2 = \sqrt{2x+5}$.
Met calc-intersect vind je $x \approx 0{,}89$ en $y = g(0{,}89) \approx 2{,}60$.

**V-2a** Exact, want de vergelijking is lineair.
**b** Met de rekenmachine, want de functie is van de vierde graad.
**c** Exact, want je kunt ontbinden in factoren.
**d** Met de rekenmachine, want de vergelijking bevat de variabele in de wortel en in de exponent.

**V-3a** $17x + 23 = 9 - 4x + 14$
$21x = 0$
$x = 0$
**b** $0{,}05t + 1{,}45t - 2{,}9 = 1{,}75t + 2{,}20$
$-0{,}25t = 5{,}10$
$t = -20{,}4$
**c** $100p - 60 + 80p = 30p + 105 - 75$
$150p = 90$
$p = \frac{3}{5}$
**d** $6t + 21t - 3 = 0$
$27t = 3$
$t = \frac{1}{9}$
**e** $(A-90)(A-10) = 0$
$A = 90$ of $A = 10$
Je kunt ook de *abc*-formule gebruiken.
**f** $t^2 + 18t - 40 = 0$
$(t+20)(t-2) = 0$
$t = -20$ of $t = 2$
**g** $a = 10$, $b = -12$, $c = 3$, $D = (12)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 3 = 24$
$x = \dfrac{12+\sqrt{24}}{20} = \dfrac{12+2\sqrt{6}}{20} = \frac{3}{5} + \frac{1}{10}\sqrt{6} \approx 0{,}84$ of $x = \frac{3}{5} - \frac{1}{10}\sqrt{6} \approx 0{,}36$
**h** $q = \dfrac{-6+\sqrt{144-120}}{6} = \dfrac{-6+2\sqrt{6}}{6} = -1 + \frac{1}{3}\sqrt{6} \approx -0{,}18$ of $q = -1 - \frac{1}{3}\sqrt{6} \approx -1{,}82$

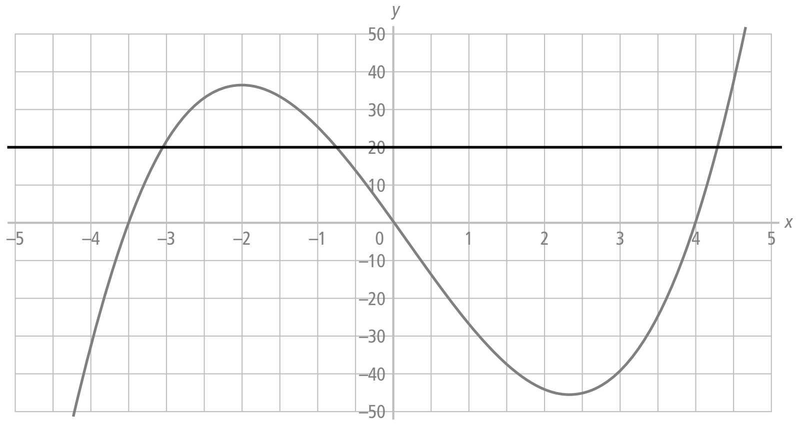
***bladzijde 77***

**V-4a** $H(p) = p(p^2 + p - 6) = p^3 + p^2 - 6p = G(p)$
**b** 1. $f(x) = x(2x^2 - 8x - 24) = 2x^3 - 8x^2 - 24x$
2. $A(t) = 3t(-4t^2 + 27t + 7) = -12t^3 + 81t^2 + 21t$
3. $U(n) = 5n(9n^2 - 48n + 64) = 45n^3 - 240n^2 + 320n$
4. $g(x) = -x(7x^3 - 5x^2 + 28x - 20) = -7x^4 + 5x^3 - 28x^2 + 20x$

**V-5a** $x=0$ of $2x+7=0$ of $x-4=0$
Dus $x=0$ of $x=-3\frac{1}{2}$ of $x=4$

**b** $f(x)=x(2x^2-x-28)=2x^3-x^2-28x$

**c**




**d** Plot $y_1=2x^3-x^2-28x$ en $y_2=20$.
Met calc-intersect vind je $x\approx-3{,}03$ , $x\approx-0{,}77$ , $x\approx4{,}30$

**V-6a** Bij de dalende lijn, want het hellingsgetal is negatief.

**b** De grafiek schuift 45 omlaag.

**c** De grafiek is een stijgende lijn door $(0,35)$.

**d** Het startgetal is 10. De grafiek gaat door de punten $(0,10)$ en $(1,15)$.
De helling is $\frac{15-10}{1-0}=5$. Het functievoorschrift is $n(x)=5x+10$.

**V-7a** $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{5-11}{4-2}=-3$

**b** $11=-3\cdot 2+b$ , $b=17$

**c** $f(x)=-3x+17$ en $f(4)=5$ , dus het punt $(4,5)$ ligt op de grafiek van $f$.

**d** $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{11-9}{5-1}=\frac{1}{2}$ dus $y=\frac{1}{2}x+b$
Het punt $(1,9)$ ligt op de grafiek, dus $9=\frac{1}{2}\cdot 1+b$ en $b=8\frac{1}{2}$.
Het functievoorschrift is $g(x)=\frac{1}{2}x+8\frac{1}{2}$.

***bladzijde 78***

**1a** Op tijdstip $t=0$ is de helling 0 en dus is de snelheid 0.

**b** $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{32-5}{5-2}=9$ m/s

**c** $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{12-5}{3-2}=7$ m/s

**d** De snelheid op een bepaald tijdstip.

**e** $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{15-5}{4-2}=5$ m/s

**2a** Vul een aantal waarden voor $t$ in en controleer de uitkomsten in de grafiek.

**b** $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{25,3125-20}{4,5-4} = 10,625$ m/s

**c** $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{20,100125-20}{4,01-4} = 10,0125$ m/s

$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{20,01000125-20}{4,001-4} = 10,00125$ m/s

**d** De tweede.

**e** Door het interval nog kleiner te nemen.

**f** 10 m/s

**g** $\frac{\Delta s}{\Delta t} = 10,0000125$ m/s

**3a** $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4,001^3-4^3}{0,001} = 48,012001$ , dus de helling is 48.

**b** $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{4,001}-\sqrt{4}}{0,001} \approx 0,24998$ , dus de helling is 0,25.

***bladzijde 79***

**4a** De grafiek is symmetrisch in de $y$-as, dus $x = -2$.

**b** In de top is de helling 0.

**c**

| $x$ | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *helling* | –4 | –2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |

**d** De helling voor $x = 17$ is $2 \cdot 17 = 34$ en voor $x = 3,5$ is de helling $2 \cdot 3,5 = 7$.

**e** $\frac{dy}{dx} = 2x$

**5a** $f'(x) = 2x$

**b** De helling is $f'(-5) = -10$

**c** $2x = 7$ , $x = 3\frac{1}{2}$ en $y = f(3\frac{1}{2}) = \frac{49}{4} = 12\frac{1}{4}$ .

Het punt is $(3\frac{1}{2}, 12\frac{1}{4})$

**6a** $\frac{dA}{dp} = 2p$

**b** $\frac{dA}{dp} = 2 \cdot 2,9 = 5,8$

**7a** Een stijgende rechte lijn.

**b** De helling is in elk punt van de grafiek gelijk aan 5.

**c** $s'(t) = 5$

**d** De grafiek is een horizontale lijn. De helling is in elke punt gelijk aan 0.

Dus $w'(t) = 0$

**8a** Met de rekenmachine: $y_1 = 5x^2$ en $y_2 = \text{nDeriv}(y_1, x, x)$ vind je

| $p$ | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *helling* | –20 | –10 | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |

**b** $W'(p) = 10p$

**c** $W'(2,7) = 27$

***bladzijde 80***

**9a** Zie de tabel naast de opdracht.

**b** 0

**c**

| *p* | *K*(*p*) | *K*'(*p*) | *H*(*p*) |
|---|---|---|---|
| –2 | –8 | 12 | 4 |
| –1 | –1 | 3 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 3 | 1 |
| 2 | 8 | 12 | 4 |
| 3 | 27 | 27 | 9 |
| 4 | 64 | 48 | 16 |

De helling van de grafiek van *K* is drie keer de functiewaarde van *H*.

**d** $K'(p) = 3p^2$

**e** $K'(10) = 3 \cdot 100 = 300$

**f** $3p^2 = 75,\ p^2 = 25,\ p = -5$ of $p = 5$.
In de punten $(-5, -125)$ en ( $(5, 125)$

**10a**

| *t* | *h*(*t*) | *h*'(*t*) | $t^3$ |
|---|---|---|---|
| –2 | 16 | –32 | –8 |
| –1 | 1 | –4 | –1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 4 | 1 |
| 2 | 16 | 32 | 8 |
| 3 | 81 | 108 | 27 |
| 4 | 256 | 256 | 64 |

**b**

| *functie* | *afgeleide* |
|---|---|
| $f(x) = x$ | $f'(x) = 1$ |
| $f(x) = x^2$ | $f'(x) = 2x$ |
| $f(x) = x^3$ | $f'(x) = 3x^2$ |
| $f(x) = x^4$ | $f'(x) = 4x^3$ |
| $f(x) = x^5$ | $f'(x) = 5x^4$ |

**c** $g'(x) = 10x^9$

**11a** $f'(r) = 9r^8$

**b** $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = 8t^7$

**12a** De grafiek van *g* krijg je door die van *f* omhoog te schuiven met 5 eenheden.

**b** Eveneens 6.

**c** De helling van de grafiek van *g* voor $x = -1,5$ is $f'(-1,5) = 2 \cdot -1,5 = -3$.

**d** $g'(x) = f'(x) = 2x$

**e** $h'(x) = 6x^5$

***bladzijde 81***

**13a** Kolom 1.

**b** De helling van de grafiek van *g* is vijf keer zo groot als die van *f*.

**c** $g'(x) = 5 \cdot f'(x) = 5 \cdot 2x = 10x$

**d** $h'(x) = 3 \cdot 4x^3 = 12x^3$

**14a** $f'(x) = 20 \cdot 3x^2 = 60x^2$

**b** $F'(t) = 15 \cdot 6t^5 = 90t^5$

**c** $A'(p) = 23$

**d** $n'(x) = 0{,}01 \cdot 25x^{24} = 0{,}24x^{24}$

**15a** $\frac{ds}{dt} = 3 \cdot 4t^3 = 12t^3$

**b** $\frac{ds}{dt} = 0{,}5 \cdot 7t^6 = 3{,}5t^6$

**c** $\frac{ds}{dt} = -0{,}9$

**16a** $L(t) = B(t)$

$-0{,}0135t^2 + 60 = 60 - 0{,}05t$

$0{,}0135t^2 = 0{,}05t$

$0{,}0135t^2 - 0{,}05t = 0$

$t(0{,}0135t - 0{,}05) = 0$

Dus $t = 0$ of $0{,}0135t - 0{,}05 = 0$ ofwel $t \approx 3{,}7$

Na 3,7 maanden of 111 dagen is de plank weer vierkant.

**b** $L'(t) = -0{,}027t$ dus $L'(1) = -0{,}027$

$B'(t) = -0{,}05$ dus ook $B'(1) = -0{,}05$

In de breedte krimpt het hout sneller.

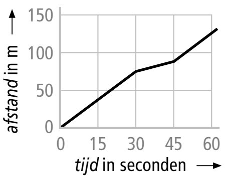
**c** $L'(t) = B'(t)$

$-0{,}027t = -0{,}05$ en dus is $t \approx 1{,}85$ .

***bladzijde 82***

**17a** Van $t = 30$ tot $t = 45$ stond de passagier op de band stil. Door de bewegende band, bewoog de passagier wel ten opzichte van de grond.

**b**




**c** $t = 15$ : De bandsnelheid is $\frac{5}{6}$ m/s (in 60 seconden legt de band 50 m af)

De snelheid van de passagier ten opzichte van de band is $\frac{5}{3}$ m/s, dus is de snelheid van de passagier ten opzichte van de grond $\frac{5}{6} + \frac{5}{3} = 2\frac{1}{2}$ m/s.

$t = 40$ : De snelheid van de passagier ten opzichte van de grond is $\frac{5}{6} + 0 = \frac{5}{6}$ m/s

**d** $s(t) = b(t) + p(t)$

**e** $s'(t) = b'(t) + p'(t)$

**18a**

| *x* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *f*(*x*) | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

**b** $h'(x) = x$ en $k'(x) = 3$

$h'(2) = 2$ en $k'(2) = 3$

**c** $f'(2) = 5$ en $h'(2) + k'(2) = 5$

**d** $f'(-2) = 1$ en $h'(-2) + k'(-2) = -2 + 3 = 1$

**e** $f'(x) = x + 3$

**f** $N'(t) = 10t - 7$

***bladzijde 83***

**19a** $f'(x) = 18x^2 - 8x + 8$
**b** $H'(p) = 0{,}3p^9 + 7{,}2p^5 - 1$
**c** $k'(x) = 35x^6 + 2ax$

**20a** $W(q) = 6q^2 - 13q - 8$ en $W'(q) = 12q - 13$
**b** $g(t) = 5t^5 + 8t^3$ en $g'(t) = 25t^4 + 24t^2$
**c** $O(p) = 2p^4 - p^3 - 28p^2$ en $O'(p) = 8p^3 - 3p^2 - 56p$

**21a** $s(3{,}5) = 29{,}75$ ; de gemiddelde snelheid is $\frac{29{,}75}{3{,}5} = 8{,}5$ km/u.
**b** $s'(t) = 3t^2 - 9t + 12$ ; $s'(1) = 6$ en $s'(2) = 6$
**c** De snelheid is op beide tijdstippen gelijk aan 6 km/u.
**d** Op tijdstip $t = 1{,}5$ is de snelheid het laagst en bedraagt $s'(1{,}5) = 5{,}25$ km/u.

**22a** $TK(20) = 1500$ euro en $TW(20) = 20 \cdot 125 - 1500 = 1000$ euro.
**b** $TO(q) = 125q$
**c** $TW(q) = TO(q) - TK(q) = 125q - 0{,}05q^3 + q^2 - 25q - 1000 = -0{,}05q^3 + q^2 + 100q - 1000$
**d** $TW'(q) = -0{,}15q^2 + 2q + 100$
$TW'(q) = 0$ als $q = -20$ of $q = 33\frac{1}{3}$
$TW(33) = 1592{,}15$ en $TW(34) = 1590{,}80$
Bij 33 fietsen is de totale winst het hoogst.

**23a** $f'(x) = 2x$ en $g'(x) = 3x^2$
$3x^2 = 2x$
$3x^2 - 2x = 0$
$x(3x - 2) = 0$
$x = 0$ of $x = \frac{2}{3}$
**b** Plot $y_1 = 2x$ en $y_2 = \text{nDeriv}(2 \wedge x, x, x)$
Bereken met calc-intersect de snijpunten.
Deze zijn: $x \approx 0{,}485$ en $x \approx 3{,}212$

***bladzijde 84***

**24a** Na ongeveer 4 seconden.
**b** Van $t = 7$ tot $t = 9{,}5$ heeft het voorwerp 100 meter afgelegd.
Het voorwerp valt met een gemiddelde snelheid van $\frac{100}{2{,}5} = 40$ m/s op de grond.
**c** Dat is 144 km/u.

**25a** $h'(t) = -9{,}8t$ en $h'(3) = -29{,}4$ De zandzak valt met een snelheid van 29,4 m/s op tijdstip $t = 3$.
**b** $h(3) = 155{,}9$ meter
**c** $h(t) = -29{,}4t + b$
$155{,}9 = -29{,}4 \cdot 3 + b$
$b = 244{,}1$
Dus $h(t) = -29{,}4t + 244{,}1$
**d** $h(t) = 0$ als $t = 8{,}3$

**26a** $f'(x) = 3x^2$ en $f'(2) = 12$

**b** $a = f'(2) = 12$

**c** $y = 12x + b$

$8 = 24 + b$

$b = -16$

***bladzijde 85***

**27a** $f(1) = -2\frac{1}{2}$. Het raakpunt $P$ is $(1, -2\frac{1}{2})$.

$f'(x) = 2x^3$ en $f'(1) = 2$

De raaklijn heeft als vergelijking $y = 2x + b$

$-2\frac{1}{2} = 2 \cdot 1 + b$

$b = -4\frac{1}{2}$

De vergelijking van de raaklijn is $y = 2x - 4\frac{1}{2}$

**b** $Q$ is $(-1, -2\frac{1}{2})$ en $f'(-1) = -2$

$y = -2x + b$

$-2\frac{1}{2} = -2 \cdot -1 + b$

$b = -4\frac{1}{2}$

De vergelijking van de raaklijn in $Q$ is $y = -2x - 4\frac{1}{2}$.

**c** De grafiek van $f$ is symmetrisch in de $y$-as.

**28a** $A'(p) = 3p \;\; - 12p - 15$ en $A'(0) = -15$

De raaklijn in (0,0) heeft als vergelijking $y = -15x$.

**b** $p^3 - 6p^2 - 15p = -15p$

$p^3 - 6p^2 = 0$

$p^2(p - 6) = 0$

$p = 0$ of $p = 6$

Het andere punt is $(6, -90)$.

**29a** $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3^{2,001} - 3^2}{0,001} \approx 9,893$

**b** $y = 9,893x + b$

$9 = 9,893 \cdot 2 + b$

$b = -10,786$

De vergelijking van de raaklijn in $P$ is $y = 9,893x - 10,786$.

**c** $9,893x - 10,786 = 0$ als $x = 1,09$

Het snijpunt met de $x$-as is $(1,09; 0)$.

**30a** Als $t = 3,5$, dan is $d = 3,5^2 = 12,25$

$$d'(t) = \begin{cases} 2t & \text{voor } 0 \le t \le 3,5 \\ a & \text{voor } t > 3,5 \end{cases}$$

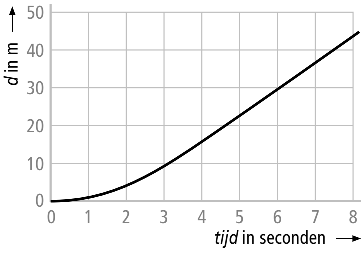
$d'(3,5) = 7 = a$

$y = 7t + b$

$12,25 = 7 \cdot 3,5 + b$

$b = -12,25$.

**b**




***bladzijde 86***

**31a** $x = 0$ en $x = 2$

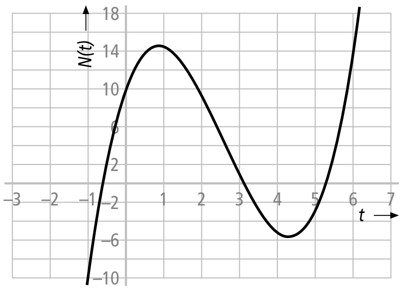
**b** $f'(x) = \frac{1}{2}x^3 - 7x^2 + 12x$ ; $f'(0) = 0$ en $f'(2) = 0$ .

**c** $x_{\text{min}} = -5$ , $x_{\text{max}} = 13$ , $y_{\text{min}} = -600$ en $y_{\text{max}} = 100$

**d** De top ligt bij $x = 12$ en $f'(12) = 0$

**e** De afgeleide functie is van de derde graad, dus maximaal drie nulpunten.
Er kunnen dus hooguit drie toppen zijn.

**32a**




**b** Met calc-max: $t \approx 0{,}87$ en calc-min: $t \approx 4{,}30$

**c** $N'(t) = 3t^2 - 15{,}5t + 11{,}22$
$N'(0{,}87) \approx 0{,}0057$ en $N'(4{,}30) \approx 0{,}04$
Dus zijn 0,87 en 4,30 niet de exacte waarden.

**d** $3t^2 - 15{,}5t + 11{,}22 = 0$

$$x = \frac{15{,}5 + \sqrt{105{,}61}}{6} \approx 4{,}30 \text{ of } x = \frac{15{,}5 - \sqrt{105{,}61}}{6} \approx 0{,}87$$

Ja, want er kunnen er niet meer dan twee zijn.

**33a** Plot de grafiek van $H$. Met calc-min krijg je een minimum –10,33 voor $q \approx 3{,}53$.

**b** $K'(x) = -2x + 104$ ; $K'(x) = 0$ als $x = 52$.
De uiterste waarde van $K$ is $K(52) = 2714$ . Dit is een maximum, aangezien de grafiek van $K$ een bergparabool is.

**34a** $f'(x) = 3x^2 - 10x + 3$

**b** $x = \frac{10 + 8}{6} = 3$ of $x = \frac{10 - 8}{6} = \frac{1}{3}$

**c** Het maximum is $f(\frac{1}{3}) = \frac{40}{27}$ en het minimum is $f(3) = -8$.

***bladzijde 87***

**35a** $f'(x)=3x^2-3$
$3x^2-3=0$
$x^2=1$
$x=-1$ of $x=1$
Met een plot vind je het maximum $f(-1)=-2$ en het minimum $f(1)=-6$.

**b** $K'(q)=12q^3-24q^2$
$12q^3-24q^2=0$
$q^2(12q-24)=0$
$q=0$ of $q=2$
Met een plot vind je het minimum $K(2)=0$ en buigpunt $(0,16)$.

**36a** De breedte is 14 cm, de lengte is 9 cm en de hoogte is 1 cm.
De inhoud is $14\cdot 9\cdot 1=126$ cm³.
Bij 2 cm hoogte is de inhoud $12\cdot 7\cdot 2=168$ cm³.

**b** De breedte is $16-x-x=16-2x$. Evenzo is de lengte $11-2x$. De hoogte is $x$.
De inhoud is $I(x)=x(16-2x)(11-2x)$.

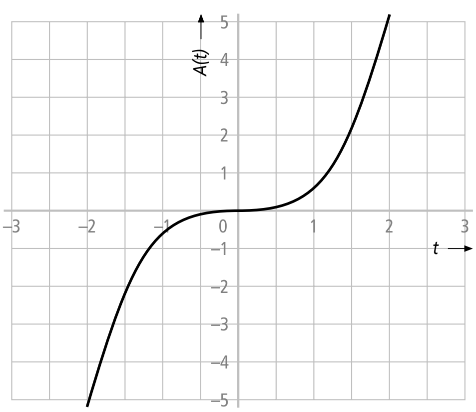
**c** Plot de grafiek van $I$ en je vindt met calc-max dat voor $x\approx 2{,}1$ de inhoud van het bakje maximaal is.

**d** Het maximum is $I(2{,}1)\approx 168{,}5$ cm³.

**37** Met een plot en calc kun je de uiterste waarden van $f$ berekenen, alleen is het lastig om de juiste instellingen te vinden.
Met differentiëren kan het sneller gaan.
$f'(x)=x^2-94x-600$
$x^2-94x-600=0$
$(x-100)(x+6)=0$
$x=-6$ of $x=100$
$f(-6)=1911$ is een maximum en $f(100)=-196591\frac{2}{3}$ is een minimum.

***bladzijde 88***

**38a**



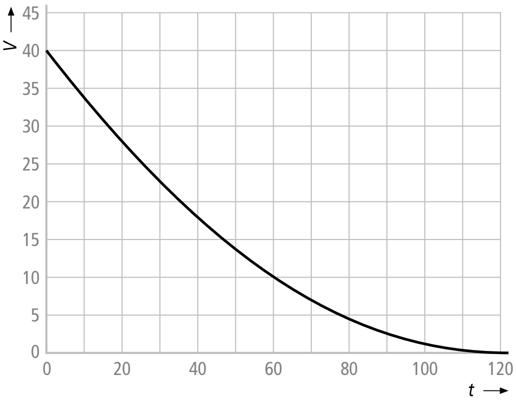

**b** $A'(t)=2t^2$
$A'(t)=0$ als $t=0$

**c** $2t^2 = 32$
$t^2 = 16$
$t = -4$ of $t = 4$

**d** $A(-1,5) = -2,25$ en $A'(-1,5) = 4,5$
Stel $y = 4,5t + b$
$-2,25 = 4,5 \cdot -1,5 + b$
$b = 4,5$
De vergelijking is $y = 4,5t + 4,5$.

**39a** $V(0) = 40$

**b** Stel $V = 0$
$2 - \frac{1}{60}t = 0$
$t = 120$ minuten

**c**



**d** De grafiek is dalend.

**e** De gemiddelde uitstroom is $\frac{40}{120} = \frac{1}{3}$ m³/min.

**f** Op tijdstip $t = 0$ .

**g** $V = 10(4 - \frac{1}{15}t + \frac{1}{3600}t^2) = 40 - \frac{2}{3}t + \frac{1}{360}t^2$

**h** $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -\frac{2}{3} + \frac{1}{180}t$
$-\frac{2}{3} + \frac{1}{180}t = -\frac{1}{3}$
$t = 60$
Na 60 minuten is de uitstroomsnelheid gelijk aan de gemiddelde uitstroomsnelheid.

**40a** De hoger de bescherming des te ingrijpender (en dus kostbaarder) zullen de maatregelen worden.
Zelfs bij een totale bescherming zullen inbraakpogingen tot schade kunnen leiden.

**b** Volledige bescherming is nauwelijks mogelijk, dus $x = 100$ is niet erg realistisch.

**c** Omdat de kosten dan meer dan twee keer zo hoog zijn dan de kosten voor schade zonder bescherming.

**d** $K(x) = B(x) + S(x) = 0,1x^3 + 4x^2 - 800x + 42000$
$K'(x) = 0,3x^2 + 8x - 800$
$K'(x) = 0$ als $x = \dfrac{-8 + 32}{0,6} = 40$

**e** De minimale kosten zijn $K(40) = 22800$ euro.
De besparing is $42000 - 22800 = 19200$ euro.

***bladzijde 89***

**41a** Na vijf jaar zijn er $500 - 5 \cdot 10 = 450$ flessen.
**b** Na vijf jaar is de prijs per fles 20 euro.
De totale opbrengst is dan $TO = 450 \cdot 20 = 9000$ euro.
**c** $p(t) = 15 + t$
**d** Na $t$ jaar is de voorraad $500 - 10t$.
Na verkoop is de totale opbrengst $TO(t) = (500 - 10t)(15 + t) = 7500 + 350t - 10t^2$.
**e** $TO'(t) = 350 - 20t$ en
$TO'(t) = 0$ $TO'(t) = 0$ als $t = 17,5$.
**f** Als hij na 17,5 jaar de voorraad verkoopt is de opbrengst maximaal.

**42a** $q = 74 - 12.1,50 = 56$ en $TO = 1,50 \cdot 56 = 84$ euro
**b** $TO(p) = p \cdot q = p(74 - 12p) = 74p - 12p^2$
$TO'(p) = 74 - 24p$ en $TO'(p) = 0$ als $p = 3,08$.
De opbrengst is maximaal bij de prijs van 3,08 euro.
**c** $q = 86 - 24 \cdot \dfrac{1,50}{2} - 6 \cdot 2 = 56$
**d** $TO = p(86 - 24 \cdot \dfrac{p}{t} - 6t) = 86p - 24 \cdot \dfrac{p^2}{t} - 6pt$
**e** Als $t = 4$ is $TO(p) = 62p - 6p^2$ en $TO'(p) = 62 - 12p$.

$TO'(p) = 0$ als $p = 5,17$
Bij de prijs van 5,17 euro is de opbrengst maximaal.
**f** $TO(5,17) = 160,17$ euro.
**g** $TO(t) = 86 \cdot 3 - \dfrac{24 \cdot 9}{t} - 6 \cdot 3 \cdot t = 258 - \dfrac{216}{t} - 18t$
Met plotten en calc-max vind je dat voor $t = 3,46$ minuten de maximale opbrengst gelijk is aan 133,29 euro.

***bladzijde 90***

**I-1a** $y = 8,00$ en Helling = 12,0001
**b** $(-4, -64)$ en Helling = 47,9999
**c**

| *x* | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *helling* | 11,9999 | 3,0000 | 0,0000 | 3,0000 | 12,0001 | 27,0001 | 48,0001 |

**d** De grafiek heeft de vorm van een parabool.
De functie is van de vorm $K'(x) = ax^2$.
**e** Uit de tabel volgt $K'(1) = 3$, dus $a = 3$ en $K'(x) = 3x^2$.
**f** $K'(10) = 300$
**g** $3x^2 = 75$; $x^2 = 25$; $x = -5$ of $x = 5$
In de punten $(-5, -125)$ en $(5, 125)$ is de helling 75.

**I-2a** $x = 1$
**b** $H'(x) = ax^3$
**c** Uit $H'(1) = 4$ volgt dat $a = 4$, dus $H'(x) = 4x^3$.
**d** $h'(x) = 5x^4$

**e**

| functie | afgeleide |
|---|---|
| $f(x) = x$ | $f'(x) = 1$ |
| $f(x) = x^2$ | $f'(x) = 2x$ |
| $f(x) = x^3$ | $f'(x) = 3x^2$ |
| $f(x) = x^4$ | $f'(x) = 4x^3$ |
| $f(x) = x^5$ | $f'(x) = 5x^4$ |

**f** $g'(x) = 10x^9$

**I-3a** $f'(r) = 9r^8$

**b** $\frac{dA}{dt} = 8t^7$

### bladzijde 91

**I-4a** De helling is steeds 2.

**b**

| $x$ | –1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $x^2 - 2$ | –2 | 0 | 2 | 4 |
| $x^2$ | –2 | 0 | 2 | 4 |
| $x^2 + 1$ | –2 | 0 | 2 | 4 |
| $x^2 + 3$ | –2 | 0 | 2 | 4 |

In elke kolom staan dezelfde uitkomsten.
De helling verandert niet bij een verschuiving.

**c** $g'(x) = 2x$

**d** $h'(x) = 6x^5$

**I-5a** 2,000; 4,000; 6,000; 10,000

**b**

| x | –1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | –2 | 0 | 2 | 4 |
| $2x^2$ | –4 | 0 | 4 | 8 |
| $3x^2$ | –6 | 0 | 6 | 12 |
| $5x^2$ | –10 | 0 | 10 | 20 |

De helling is $c$ keer de helling van $x^2$ .
Als je verticaal met $c$ vermenigvuldigt, dan wordt de helling ook $c$ keer zo groot.

**c** $g'(x) = 6x$

**d** $h'(x) = 12x^3$

**I-6a** $f'(x) = 20 \cdot 3x^2 = 60x^2$

**b** $F'(t) = 15 \cdot 6t^5 = 90t^5$

**c** $A'(p) = 23$

**d** $n'(x) = 0{,}01 \cdot 25x^{24} = 0{,}24x^{24}$

**I-7a** $\frac{ds}{dt} = 3 \cdot 4t^3 = 12t^3$

**b** $\frac{ds}{dt} = 0{,}5 \cdot 7t^6 = 3{,}5t^6$

**c** $\frac{ds}{dt} = -0{,}9$

**I-8a** $L(t) = B(t)$ , $-0{,}0135t^2 + 60 = 60 - 0{,}05t$ , $0{,}0135t^2 = 0{,}05t$
$0{,}0135t^2 - 0{,}05t = 0$ , $t(0{,}0135t - 0{,}05) = 0$
Dus $t = 0$ of $0{,}0135t - 0{,}05 = 0$ of $t \approx 3{,}7$
Na 3,7 maanden of 111 dagen is de plank weer vierkant.

**b** $L'(t) = -0{,}027t$ dus $L'(1) = -0{,}027$
$B'(t) = -0{,}05$ dus ook $B'(1) = -0{,}05$
In de breedte krimpt het hout sneller.

**c** $L'(t) = B'(t)$
$-0{,}027t = -0{,}05$
$t \approx 1{,}85$

***bladzijde 94***

**T-1a** Gebruik de rekenmachine. Plot $y_1 = 1 + 3\sqrt{x}$ en $y_2 = \text{nDeriv}(y_1, x, x)$
Je vindt voor $t = 4$ dat $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0{,}75$ .

**b** $O = \pi r^2 = \pi(1 + 3\sqrt{t})^2 = \pi(1 + 6\sqrt{t} + 9t)$

**c** Met nDeriv vind je voor $t = 4$ dat $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 32{,}987$ .

**d** $L = 2\pi r = 2\pi(1 + 3\sqrt{t})$

| t | $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ | $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}$ |
|---|---|---|
| 1 | 1,5000 | 9,4248 |
| 2 | 1,0607 | 6,6643 |
| 3 | 0,86603 | 5,4414 |
| 4 | 0,7500 | 4,7124 |
| 5 | 0,67082 | 4,2149 |

Voor de waarden uit de tabel geldt: $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = 2\pi \cdot \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ .

**T-2a** $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{7} \cdot 5x^4 = \frac{5}{7}x^4$

**b** $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2} \cdot 4x^3 = 2x^3$

**c** $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 15 \cdot 14x^{13} = 210x^{13}$

**d** $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -0{,}12 \cdot 12x^{11} = -1{,}44x^{11}$

**T-3a** $f'(x) = 0{,}2 - 2x^{19}$

**b** $s'(t) = 65t^4 + 18t^2$

**c** $H(p) = -6p^2 + 37p - 52$ en $H'(p) = -12p + 37$

**d** $Q(w) = 9w^3 + 30w^2 + 24w$ en $Q'(w) = 27w^2 + 60w + 24$

**e** $A(q) = 3q^3 + q^2 + 5q$ en $A'(q) = 9q^2 + 2q + 5$

**f** $g'(t) = 15t^2 + 2at$

**T-4a** $f(x)=\frac{1}{2}x^3=3x^2+4x$ en $f'(x)=\frac{3}{2}x^2-6x+4$

**b** $f'(2)=-2$

De vergelijking is $y=-2x+b$

Vul hierin $x=2$ en $y=0$ in. Je krijgt dan $b=4$.

De vergelijking van de raaklijn in $(2,0)$ is $y=-2x+4$.

**c** Er geldt dan $f'(x)=\frac{3}{2}$ ; $\frac{3}{2}x^2-6x+4=\frac{3}{2}$ ; $\frac{3}{2}x^2-6x+\frac{5}{2}=0$

Met de *abc*-formule vind je $x\approx 0{,}47$ en $x\approx 3{,}53$

De punten zijn $(0{,}47;1{,}27)$ en $(3{,}53;-1{,}27)$.

**T-5a** $f'(x)=-12x^3+60x^2$

$f'(x)=0$

$-12x^3+60x^2=0$

$x^2(-12x+60)=0$

$x=0$ of $x=5$ ;

**b** Met een plot vind je dat er voor $x=5$ een maximum is en voor $x=0$ een buigpunt.

**c** Het maximum is $f(5)=650$

***bladzijde 95***

**T-6a** $TK(20)=1572$ en $TK(100)=4500$

**b** $TO(q)=40q$ en $W(q)=TO(q)-TK(q)=-50q+0{,}6q^2-0{,}0015q^3$

Plot de grafiek van $W$ en je vindt met de tabelfunctie dat de winst voor het eerst positief is bij $q=119$.

**c** $TO'(q)=40$ en $TK'(q)=90-1{,}2q+0{,}0045q^2$.

$TO'(q)=TK'(q)$, dus $40=90-1{,}2q+0{,}0045q^2$

Met de rekenmachine (of *abc*-formule) vind je $q\approx 51{,}68$ of $q\approx 214{,}98$.

Bij 52 en 215 spellen.

**d** Met een plot van $W$ vind je dat de winst maximaal is voor $q\approx 214{,}98$ ofwel 215 spellen.

**e** $W(215)=2077{,}44$ euro.

**T-7a** $s'(t)=-3t+30$ ; $s'(0)=30$ m/s

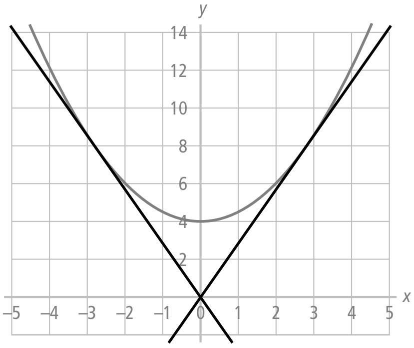
**b** $s'(5)=15$ m/s en $s'(10)=0$ m/s

**c** De auto staat stil op tijdstip $t=10$.

De auto heeft dan $s(10)=150$ meter afgelegd.

De auto staat op 25 meter voor het verkeerslicht stil.

**T-8a**




**b** Twee, zie de tekening.

**c** Bij raken moet gelden:
1 De raaklijn en de grafiek moeten een gemeenschappelijk punt (raakpunt)hebben.
2 In dat punt moet de helling aan de grafiek gelijk zijn aan de helling van de raaklijn.
Uit 1 volgt: $f(x) = ax$ en uit 2 volgt: $f'(x) = a$ .

**d** $f'(x) = x$ , dus uit 2 volgt: $x = a$
Uit 1 volgt: $\frac{1}{2}x^2 + 4 = ax$ .
Hierin invullen $x = a$ . Je krijgt dan $\frac{1}{2}a^2 + 4 = a^2$ .
Dus $\frac{1}{2}a^2 = 4 \Rightarrow a^2 = 8$ en $a = -\sqrt{8}$ of $a = \sqrt{8}$ .

**T-9a** $TK(6) = 39,6$ . De totale kosten zijn 39 600 euro.

**b** $TK'(q) = 0,3q^2 - 4q + 15$

**c** $TK'(q)$ is voor geen enkele waarde van $q$ gelijk aan 0, want $D = 16 - 18 < 0$ .

**d** $WK(q) = 17,5q - 0,1q^3 + 2q^2 - 15q = -0,1q^3 + 2q^2 + 2,5q$
$WK'(q) = -0,3q^2 + 4q + 2,5$
Met oplossen of rekenmachine vind je dat voor positieve waarden van $q$ geldt:
$WK'(q) = 0$ als $q \approx 13,931498$ . Met een plot zie je dat voor deze waarde van $q$ de winst maximaal is.
De productieomvang is dan 139 314 vazen.

**T-10a** Nee, want zowel $f(x) = x$ als $g(x) = x + 4$ hebben dezelfde afgeleide, want $f'(x) = g'(x) = 1$ .

**b** Door de afgeleide functie van de afgeleide functie te gebruiken. De afgeleide functie kan een uiterste waarde hebben als zijn afgeleide gelijk aan 0 is.