Hoofdstuk 4 - Periodieke functies

bladzijde 98

V-1a Na 2 seconden.

b Het hart klopt $\frac{60}{2} = 30$ slagen per minuut.

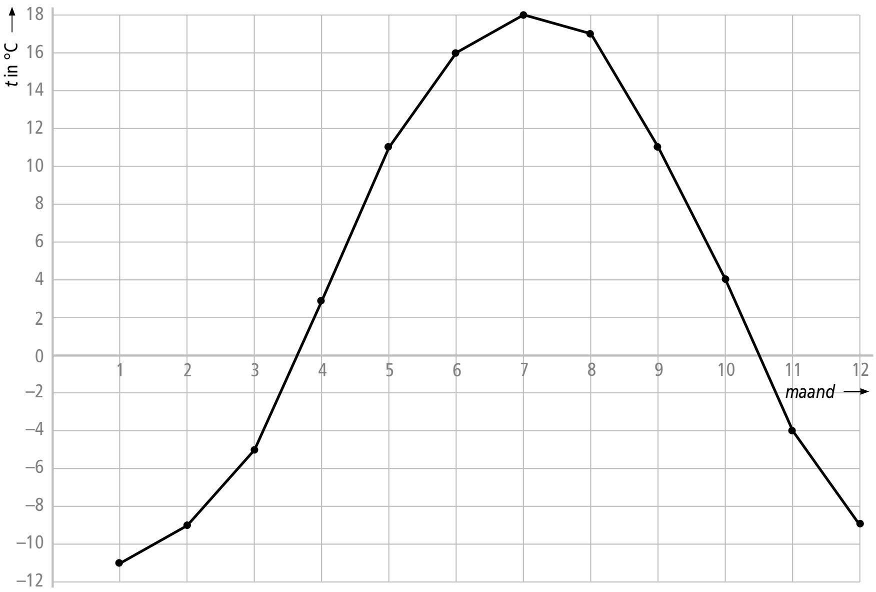
c 0,44 millivolt

V-2a Ja, met periode 6; nee; misschien met periode 12.

b Evenwichtsstand $y = 2$; -; $y = -2$.

Amplitude is 3; - ; 2.

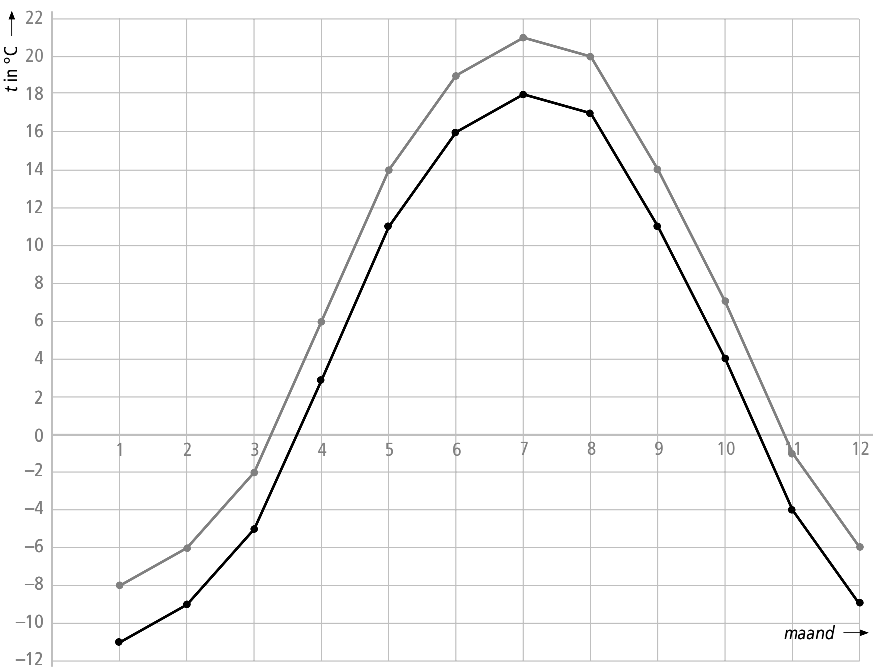
V-3a



Evenwichtsstand is $T = \frac{-11+18}{2} = 3\frac{1}{2}$.

Amplitude is $18 - 3\frac{1}{2} = 14\frac{1}{2}$.

b

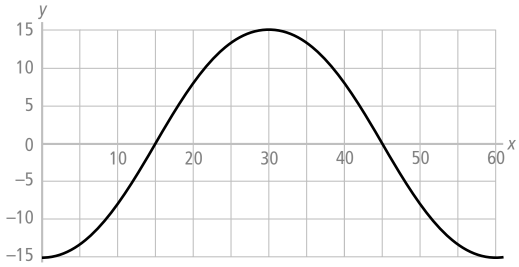


bladzijde 99

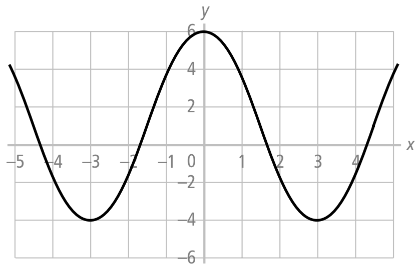
V-4a Na $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$ seconden en daarna na $\frac{1}{2} \cdot 60 = 30$ seconden.

b Gelijk aan de amplitude, dus 20 meter.

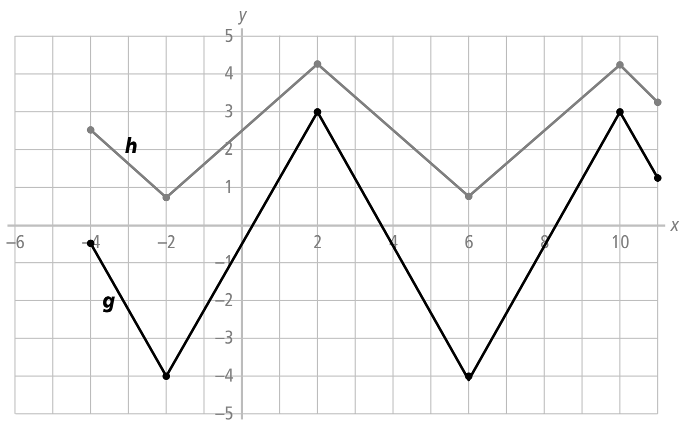
c



V-5 Het hoogste punt ligt op hoogte $1 + 5 = 6$.
Het laagste punt ligt op hoogte $1 - 5 = -4$.
De grafiek gaat door $(0, 6)$ en met periode 6 ook door $(6, 6)$ en $(-6, 6)$.
Het minimum wordt bereikt in de punten $(3, -4)$ en $(-3, -4)$.



V-6a,b



bladzijde 100

1a Als de stip een volledige draai heeft gemaakt dan is de lijn over 360° gedraaid.

b Bij een hoek van 90° is de hoogte maximaal. De stip is dan 1 meter hoog.

c Bij 30° en 150°.

d Bij 210° en 330°.

e Ongeveer 0,7 meter.

2a Zijde AC

b -

c $\sin 23^\circ = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{BC}{1} = BC$, dus $BC = \sin 23^\circ = 0{,}39$.

d $BC = \sin 30^\circ = 0{,}5$
$BC = \sin 45^\circ = 0{,}7071$
$BC = \sin 85^\circ = 0{,}9962$

e $\cos 15^\circ = \dfrac{AB}{1} = AB$, dus $AB = \cos 15^\circ = 0{,}9659$

f $AB = \cos 85^\circ = 0{,}0872$

g De lengte van de overstaande zijde is in een rechthoekige driehoek is altijd kleiner dan de lengte van de langste zijde. Als ze even groot zijn, dan is $\sin\alpha = 1$ (je kunt dan niet meer van een driehoek spreken).

bladzijde 101

3a De hoogte van P is de lengte van PQ. In de rechthoekige driehoek met langste zijde 1 is $PQ = \sin 35^\circ \approx 0{,}57$.

b In driehoek OPQ geldt: $\sin\alpha = \dfrac{PQ}{OP} = \dfrac{PQ}{1} = PQ$.

c De hoogte is $\sin 70^\circ \approx 0{,}94$.

d Het punt P bij $\alpha = 110^\circ$ is het in de y-as gespiegelde punt P bij $\alpha = 70^\circ$.

e De hoogte is $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = 0{,}5$.

f $180^\circ < \alpha < 360^\circ$

4a $x_{min} = 0$, $x_{max} = 360$, $y_{min} = -1$ en $y_{max} = 1$

b Door $x_{max} = 720$ te nemen.

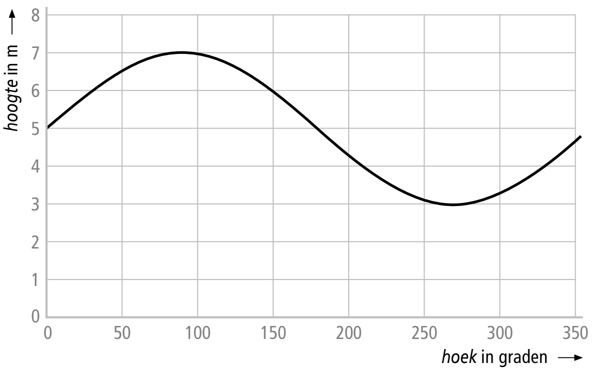
c 150°, 390°, 510° en 750°

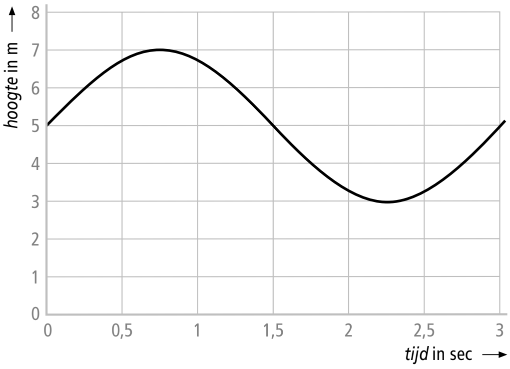
d 210°, 330°, 570° en 690°

5a –215° en –325°

b –417°, –57°, 237° en 303°

6



7a 

b De grafiek verschilt niet, alleen de variabele op de horizontale as.

bladzijde 102

8a De omtrek van de eenheidscirkel is $2\pi \cdot 1 = 2\pi$. Het punt *P* is dan over 360° gedraaid.
Bij een hoek van 180° heeft *P* de halve cirkel afgelegd, dus een cirkelboog met lengte π.

b Een kwart cirkelboog met lengte $\frac{1}{2}\pi$.

c $45° = \frac{1}{4} \cdot 180°$, dus de afgelegde weg is $\frac{1}{4} \cdot \pi = \frac{1}{4}\pi$
$60° = \frac{1}{3} \cdot 180°$, dus de afgelegde weg is $\frac{1}{3}\pi$
$210° = \frac{7}{6} \cdot 180°$, dus de afgelegde weg is $\frac{7}{6}\pi$

d $\frac{3}{4} \cdot 180° = 135°$

9

graden	0	30	45	57,3	60	90	180
radialen exact	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	1	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	π
radialen benaderd	0	0,52	0,79	1	1,05	1,57	3,14

bladzijde 103

10

hoek in graden	6	15	60	115	107	120	172
hoek in rad	0,1	0,26	1,05	2	1,87	2,09	3

11a $\sin \frac{1}{4}\pi \approx 0,7071$

b $\sin \frac{7}{6}\pi = -0,5$

c $\sin 4\frac{1}{2}\pi = 1$

d $\sin -\frac{2}{3}\pi \approx -0,8660$

12a $\sin^{-1} 0,1 = 0,10$
$x \approx 0,10$ of $x = \pi - 0,10 \approx 3,04$

b $\sin^{-1} - 0,9 = -1,12$
$x \approx -1,12 + 2\pi \approx 5,16$ of $x \approx \pi + 1,12 \approx 4,26$

c $x = 1\frac{1}{2}\pi$

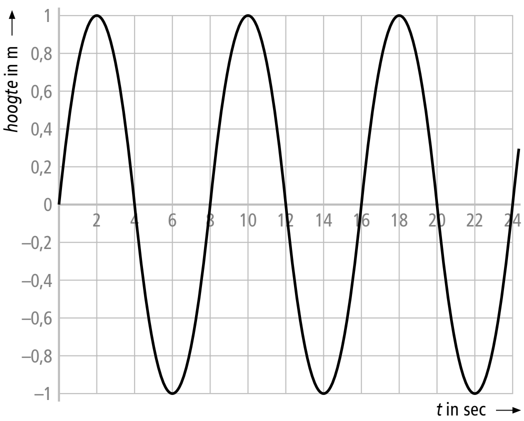
13a -

b $\pi - \frac{1}{6}\pi = \frac{5}{6}\pi$

c $\frac{1}{6}\pi + 2\pi = 2\frac{1}{6}\pi$
$\frac{1}{6}\pi - 2\pi = -1\frac{5}{6}\pi$
$\frac{5}{6}\pi + 2\pi = 2\frac{5}{6}\pi$
$\frac{5}{6}\pi - 2\pi = -1\frac{1}{6}\pi$

d Het interval bevat vijf perioden. Elke periode bevat twee oplossingen.
In totaal dus 10 oplossingen.

14a



b Na 8 seconden heeft het punt *A* een afstand van 2π meter afgelegd.
Na 1 seconde $\frac{2\pi}{8} = 0,785$ meter.

c Na 1 seconde heeft het punt *A* een afstand afgelegd van 0,785 meter. Het punt is dan gedraaid over een hoek van 0,785 radialen en de hoogte is dan $\sin 0,785 \approx 0,71$ meter

d Na $4 - 1 = 3$ seconden.
Alle oplossingen zijn 1, $1 + 8 = 9$, $1 + 16 = 17$ en 3, 11, 19.

e Na $\frac{2}{3}$ seconde is *A* over $\frac{2}{3} \cdot 0,785 \approx 0,5233$ rad gedraaid. $\sin 0,5233 \approx 0,5$

f Na $4 + \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}$ seconde.

bladzijde 104

15a $x_{\text{min}} = 0$, $x_{\text{max}} = 2\pi$, $y_{\text{min}} = -1$ en $y_{\text{max}} = 1$

b

x	0	$\frac{1}{2}$	π	$1\frac{1}{2}\pi$	2π	$2\frac{1}{2}\pi$	3π
sin x	0	1	0	–1	0	1	0

Nulpunten: (0, 0) , (π, 0) , (2π, 0) , (3π, 0) , …..
Toppen: $(\frac{1}{2}\pi, 1)$, $(1\frac{1}{2}\pi, -1)$, $(2\frac{1}{2}\pi, 1)$, ……..

16a De assen van symmetrie zijn $x = \frac{1}{2}\pi$ + veelvouden van π.
Dus hier: $x = 2\frac{1}{2}\pi$ en $x = 101\frac{1}{2}\pi$

b Alle nulpunten zijn punten van symmetrie.
Dus hier: (3π, 0) , (34π, 0) en (–53π, 0)

c $\frac{1000}{2} \approx 159,15$
Er passen dus 159 perioden in het interval.

bladzijde 105

17a $\frac{10\pi}{2\pi} = 5$ perioden.

b Maximum voor $x = -5\frac{1}{2}\pi$, $x = -3\frac{1}{2}\pi$, $x = -1\frac{1}{2}\pi$, $x = \frac{1}{2}\pi$, $x = 2\frac{1}{2}\pi$

Minimum voor $x = -6\frac{1}{2}\pi$, $x = -4\frac{1}{2}\pi$, $x = -2\frac{1}{2}\pi$, $x = -\frac{1}{2}\pi$, $x = 1\frac{1}{2}\pi$

c Ze verschillen veelvouden van 2π met elkaar.

18a $\sin^{-1} 0,6 = 0,64$

b $x \approx \pi - 0,64 \approx 2,50$

c $0,64 + 2\pi \approx 6,92$ en $0,64 - 2\pi \approx -5,64$

19a Plot $y_1 = \sin x$ en $y_2 = -0,1$
Met CALC, intersect vind je $x \approx 3,24$ en $x \approx 6,18$

b Let op: $[4\pi, 11\pi] \approx [12,57; 34,56]$
$x \approx 3,24 + 4\pi \approx 15,81$
$x \approx 3,24 + 6\pi \approx 22,09$
$x \approx 3,24 + 8\pi \approx 28,37$
$x \approx 6,18 + 4\pi \approx 18,75$
$x \approx 6,18 + 6\pi \approx 25,03$
$x \approx 6,18 + 8\pi \approx 31,31$

c $x = 1\frac{1}{2}\pi$, $x = 3\frac{1}{2}\pi$, $x = 5\frac{1}{2}\pi$, $x = 7\frac{1}{2}\pi$ en $x = 9\frac{1}{2}\pi$

d Plot $y_1 = \sin x$ en $y_2 = 0,2$
Met CALC, intersect vind je $x \approx 0,20$
De andere oplossingen zijn $x \approx \pi - 0,20 \approx 2,94$, $x \approx 0,20 + 2\pi \approx 6,48$ en
$x \approx 2,94 + 2\pi \approx 9,22$

bladzijde 106

20a Een verschuiving van de grafiek van $f(x) = \sin x$ over $\frac{1}{2}\pi$ naar links geeft de grafiek van $g(x) = \cos x$.

b Evenals bij de sinusfunctie 2π .

c De nulpunten zijn $x = \frac{1}{2}\pi$, vermeerderd met alle veelvouden van π.

21a Ja

b Naar rechts met: $\frac{1}{2}\pi$, $2\frac{1}{2}\pi$, $4\frac{1}{2}\pi$, ….
Naar links met: $1\frac{1}{2}\pi$, $3\frac{1}{2}\pi$, $5\frac{1}{2}\pi$, …..

22a $x = 2\pi - \frac{1}{3}\pi = 1\frac{2}{3}\pi$

b $x = \frac{1}{3}\pi + 10\pi = 10\frac{1}{3}\pi$
$x = 1\frac{2}{3}\pi + 8\pi = 9\frac{2}{3}\pi$
$x = 1\frac{2}{3}\pi + 10\pi = 11\frac{2}{3}\pi$

bladzijde 107

23a $\frac{8\pi}{2\pi} = 4$ perioden

b De symmetrieassen zijn de verticale lijnen door de toppen.
Dus: $x = 0$, $x = \pi$, $x = 3\pi$ en $x = 4\pi$

c De symmetriepunten zijn de nulpunten.
Dus: $x = \frac{1}{2}\pi$, $x = 1\frac{1}{2}\pi$ en $x = 2\frac{1}{2}\pi$

24a Plot $y_1 = \cos x$ en $y_2 = -0{,}2$
Met CALC, intersect vind je $x \approx 1{,}77$.
Met symmetrie vind je ook $x \approx -1{,}77$

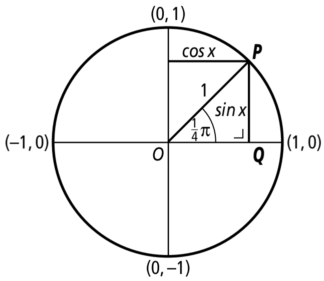
b De oplossingen zijn symmetrisch in de y-as.

c $x \approx 10\pi + 1{,}77 \approx 33{,}19$ en $x \approx 12\pi - 1{,}77 \approx 35{,}93$

d Het aantal perioden in het interval is $\frac{100\pi}{2\pi} = 50$. Per periode zijn er 2 oplossingen.
Totaal dus 100 oplossingen.

25a Op $[0, 4\pi]$ zijn er 4 snijpunten, dus ook op $[-4\pi, 0]$.
Op het interval $[-4\pi, 4\pi]$ zijn er dus 8 snijpunten.

b



$\sin\frac{1}{4}\pi = PQ = OQ = \cos\frac{1}{4}\pi$

c $x = \frac{1}{4}\pi$, $x = 1\frac{1}{4}\pi$, $x = 2\frac{1}{4}\pi$, $x = 3\frac{1}{4}\pi$

$x = -\frac{1}{4}\pi$, $x = -1\frac{1}{4}\pi$, $x = -2\frac{1}{4}\pi$, $x = -3\frac{1}{4}\pi$

26a Plot $y_1 = \cos x$ en $y_2 = 0{,}67$
Met CALC, intersect vind je $x \approx 0{,}84$
De andere oplossingen zijn : $x \approx 0{,}84 + 2\pi \approx 7{,}12$ en $x \approx 2\pi - 0{,}84 \approx 5{,}44$

b Geen oplossing, want voor elke x is $\cos x \geq -1$.

c Plot $y_1 = \sin x$ en $y_2 = -0{,}99$
Met CALC, intersect vind je $x \approx 11{,}14$
De andere oplossing is symmetrisch t.o.v. de lijn $x = 3\frac{1}{2}\pi$ en is $x \approx 10{,}85$

d Plot $y_1 = \cos x$ en $y_2 = -0{,}95$
Met CALC, intersect vind je $x \approx 159{,}90$
Spiegelen in de lijn $x = 51\pi$ geeft de oplossing $x \approx 160{,}54$
De andere twee oplossingen zijn $x \approx 159{,}90 + 2\pi \approx 166{,}18$ en
$x \approx 160{,}54 + 2\pi \approx 166{,}82$

bladzijde 108

27a Als je de afstand van punten op de grafiek van f tot de x-as is 3 keer zo groot maakt, krijg je punten op de grafiek van g.

b Als je de afstand van punten op de grafiek van f tot de y-as is 3 keer zo klein maakt, krijg je punten op de grafiek van h.

c

x	$f(x)$	$h(x)$
0	0,000	0,000
$\frac{1}{12}\pi$	0,259	0,707
$\frac{1}{6}\pi$	0,500	1,000
$\frac{1}{4}\pi$	0,707	0,707
$\frac{1}{3}\pi$	0,866	0,000
$\frac{5}{12}\pi$	0,966	–0,707
$\frac{1}{2}\pi$	1,000	–1,000
$\frac{7}{12}\pi$	0,966	–0,707
$\frac{2}{3}\pi$	0,866	0,000
$\frac{3}{4}\pi$	0,707	0,707
$\frac{5}{6}\pi$	0,500	1,000
$\frac{11}{12}\pi$	0,259	0,707
π	0,000	0,000

d $f(\frac{1}{4}\pi) = \sin\frac{1}{4}\pi$ en $h(\frac{1}{12}\pi) = \sin 3\cdot\frac{1}{12}\pi = \sin\frac{1}{4}\pi$

$f(\frac{1}{2}\pi) = \sin\frac{1}{2}\pi$ en $h(\frac{1}{6}\pi) = \sin 3\cdot\frac{1}{6}\pi = \sin\frac{1}{2}\pi$

e De periode is $\dfrac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$

bladzijde 109

28 De amplitude van f is 1, die van g is 1en die van h is $1\frac{1}{2}$.
De periode van f is 2π, die van g is $\dfrac{2\pi}{6} = \frac{1}{3}\pi$ en die van h is $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$.

29a De grafiek krimpt horizontaal in en de periode wordt dus kleiner dan 2π.

b De grafiek wordt horizontaal uitgerekt en de periode wordt dus groter dan 2π.

c

b	2	π	$\dfrac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$	$\dfrac{2\pi}{10} = \frac{1}{5}\pi$
periode	$\dfrac{2\pi}{2} = \pi$	$\dfrac{2\pi}{\pi} = 2$	3π	10

30a De amplitude is 3 en de periode is $\dfrac{2\pi}{4} = \frac{1}{2}\pi$

b De amplitude is 2 en de periode is $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{10}\pi} = 20$

31a De amplitude van f is 1 en de periode is $\dfrac{2\pi}{5} = \frac{2}{5}\pi$

De amplitude van g is 3 en de periode is $\dfrac{2\pi}{2} = \pi$

De amplitude van h is2 en de periode is $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

b $f(x) = \cos 5x$; $g(x) = 3\sin 2x$; $h(x) = 2\cos\frac{1}{2}x$

32a De tijdsduur tussen twee hoogwaterstanden is gelijk aan de periode, dus
$\frac{2\pi}{0,506} \approx 12,4174$ uren.
Dit zijn 12 uren en $0,4174 \cdot 60 \approx 25$ minuten.

b Plot ook $y_2 = 1,20$. Met CALC, intersect vind je $t \approx 1,39$ en $t \approx 4,81$.
Het verschil is de tijd dat het water hoger is dan 1,20 meter.
Dit verschil is 3,42 uur, ofwel 3 uur en $0,42 \cdot 60 \approx 25$ minuten.

c De evenwichtsstand wordt 0,6 hoger. De amplitude en de periode veranderen niet.

bladzijde 110

33a De wieken draaien in 3 seconden rond, dus de periode is 3 en $b = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$. De straal van de wieken is 2 meter, dus de amplitude is 2. De formule wordt $h = 2\sin\frac{2}{3}\pi t$.

b $H = 2\sin\frac{2}{3}\pi t + 5$

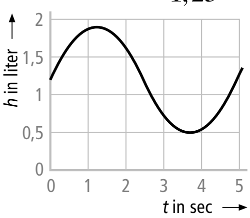
34a De amplitude is 2 en de periode is $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}\pi} = 4$.

b $g(x) = 2\cos\frac{1}{2}\pi x + 3$

c Je moet de grafiek van g met 4 naar beneden schuiven.

35a De periode is $\frac{2\pi}{1,25} \approx 5$ seconden.

b



c Minimaal $1,2 - 0,7 = 0,5$ liter

d Plot ook $y_2 = 1$. Met CALC, intersect vind je $x \approx 2,745$ en $x \approx 4,795$.
Uit de grafiek volgt dat gedurende $4,795 - 2,745 = 2,05$ seconden per ademhaling minder dan 1 liter lucht in de longen zit.

bladzijde 111

36a De evenwichtsstand is $\frac{17 + 7,5}{2} = 12,25$.

b De periode is 12 maanden.

c $a = 12,25 - 7,5 = 4,75$, $b = \frac{2\pi}{12} = \frac{1}{6}\pi$ en $D = 4,75\sin\frac{1}{6}\pi t + 12,25$

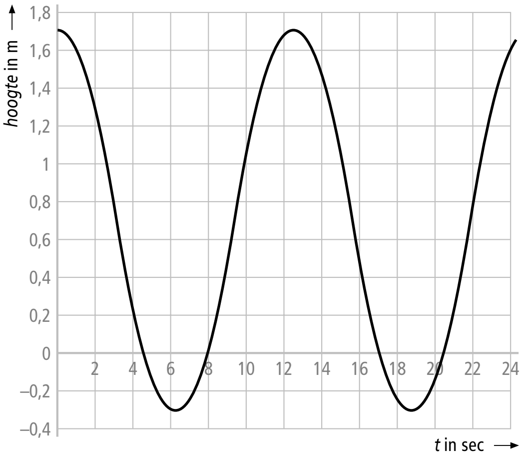
d Plot $y_1 = 4,75\sin\frac{1}{6}\pi t + 12,25$ en $y_2 = 10$

Met CALC, intersect vind je $t \approx 7$ en $t \approx 11$ dus gedurende 4 maanden is de daglengte minder dan 10 uur.

e Volgens de grafiek is dat ongeveer $3\frac{1}{2}$ maand. De berekende waarde t.o.v. de gemeten waarde is $\frac{0,5}{3,5} \cdot 100 \approx 14$ procent hoger.

37a De maximale waterhoogte is $0,7+1=1,7$ meter.

b



c Plot ook $y_2=0,6$. Met CALC, intersect vind je dat voor het eerst na 4.00 uur de waterhoogte bij 9,22 uur ofwel 9.13 uur hoger wordt dan 60 centimeter. Ze doen over de wandeling 5 uur, dus moeten ze uiterlijk starten om 4.13 uur. Ze kunnen slechts 13 minuten vertragen.

bladzijde 112

38a Om de wederzijdse invloed in beeld te brengen.

b Grafiek B hoort bij de prooidieren, want die nemen bij een klein aantal roofdieren eerder toe dan de roofdieren.

c Nee want dan zijn er $2,5\cdot 10^3$ prooidieren en 50 roofdieren.

d Grafiek A: het maximum is ongeveer 52 en het minimum is ongeveer 10. De evenwichtsstand is ongeveer 31 en de amplitude dus 21. De periode is ongeveer 60 dagen. Grafiek B: het maximum is ongeveer 3000 en het minimum is ongeveer 500. De evenwichtsstand is ongeveer 1750 en de amplitude dus 1250.

39a $a=6$ en $1\frac{1}{4}$ periode is 3π, dus de periode is $\dfrac{3\pi}{\frac{5}{4}}=\frac{12}{5}\pi$ en $b=\dfrac{2\pi}{\frac{12}{5}\pi}=\frac{5}{6}$

b $a=2$ en $\frac{1}{4}$ periode is 3π, dus de periode is $\dfrac{3\pi}{\frac{1}{4}}=12\pi$ en $b=\dfrac{2\pi}{12\pi}=\frac{1}{6}$

c $a=-4$ en $\frac{1}{2}$ periode is 2π, dus de periode is $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$ en $b=\dfrac{2\pi}{4\pi}=\frac{1}{2}$

bladzijde 113

40a $1\frac{1}{2}$ periode is 1 seconde, dus de periode is $\frac{2}{3}$ seconde.

b In 60 seconden maakt het hart $60\cdot 1\frac{1}{2}=90$ slagen.

c De amplitude is 20, dus $a=20$, de periode is $\frac{2}{3}$, dus $b=\dfrac{2\pi}{\frac{2}{3}}=3\pi$

d De evenwichtsstand wordt nu $70+20=90$ en de periode is $\frac{60}{120}=\frac{1}{2}$ seconde.
$b=\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$ en a verandert niet, dus $p(t)=90+20\sin 4\pi t$

41a $\dfrac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = 3$

b Plot $y_1 = 8\sin(\frac{2}{3}\pi t)$ en $y_2 = 3$

Met CALC, intersect vind je bijvoorbeeld $t \approx 3{,}18$
De andere waarden van t vind je met behulp van symmetrieas $x = 3{,}75$ en de periode 3.
Je krijgt dan $t = 0{,}18$; $t = 4{,}32$; $t = 1{,}32$

c Plot ook $y_2 = 6$ en $y_3 = -6$.
Met CALC, intersect vind je bijvoorbeeld $(0{,}40; 6)$ en met behulp van de symmetrieas $x = 0{,}75$ vind je $(1{,}10; 6)$. Dus gedurende $1{,}10 - 0{,}40 = 0{,}70$ seconden is de slinger meer dan 6 cm naar rechts uitgeweken. Dit geldt eveneens voor een uitwijking van meer dan 6 naar links.
Totaal is dit $\dfrac{0{,}70 + 0{,}70}{3} \cdot 100 = 46{,}7$ procent.

d $b = \dfrac{2\pi}{0{,}8} = 2\frac{1}{2}\pi$, dus $u(t) = 8\sin 2\frac{1}{2}\pi t$

bladzijde 114

I-1a De amplitude van f is 1, de periode is 2π en de evenwichtsstand is $y = 0$

b $(-2\pi, 0)$, $(-\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(\pi, 0)$ en $(2\pi, 0)$

c Maximum is 1 voor $x = -1\frac{1}{2}\pi$ en $x = \frac{1}{2}\pi$
Minimum is –1 voor $x = -\frac{1}{2}\pi$ en $x = 1\frac{1}{2}\pi$

d De amplitude van g is 2, de periode is 2π en de evenwichtsstand is $y = 0$
Snijpunten $(-2\pi, 0)$, $(-\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(\pi, 0)$ en $(2\pi, 0)$
Maximum is 2 voor $x = -1\frac{1}{2}\pi$ en $x = \frac{1}{2}\pi$
Minimum is –2 voor $x = -\frac{1}{2}\pi$ en $x = 1\frac{1}{2}\pi$

e De amplitude van g is twee keer zo groot. Dit heeft alleen invloed op de uiterste waarden.

f Alleen de amplitude verandert, wordt groter en de toppen liggen dus verder van de x-as af.

g Alleen de amplitude verandert, wordt kleiner en de toppen liggen dichter bij de x-as.

I-2a De amplitude van h is 1, de periode is π en de evenwichtsstand is $y = 0$

b $(-2\pi, 0)$, $(-1\frac{1}{2}\pi, 0)$, $(-\pi, 0)$, $(-\frac{1}{2}\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}\pi, 0)$, $(\pi, 0)$, $(1\frac{1}{2}\pi, 0)$ en $(2\pi, 0)$

c Maximum is 1 voor $x = -1\frac{3}{4}\pi$, $x = -\frac{3}{4}\pi$, $x = \frac{1}{4}\pi$ en $x = 1\frac{1}{4}\pi$
Minimum is –1 voor $x = -1\frac{1}{4}\pi$, $x = -\frac{1}{4}\pi$, $x = \frac{3}{4}\pi$ en $x = 1\frac{3}{4}\pi$

d De periode is 2 keer zo klein, dus de grafiek is de helft ingekrompen. De amplitude en de evenwichtsstand veranderen niet.

e De grafiek wordt steeds sterker ingekrompen.

f De grafiek wordt steeds sterker uitgerekt.

bladzijde 115

I-3a Amplitude is 6 en de periode is $\dfrac{2\pi}{6} = \frac{1}{3}\pi$

b Amplitude is 8 en de periode is 2π

c Amplitude is 3 en de periode is $\frac{2\pi}{4} = \frac{1}{2}\pi$

d Amplitude is $1\frac{1}{2}$ en de periode is $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

e Amplitude is 2 en de periode is $\frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5}$

f Amplitude is 0,3 en de periode is $\frac{2\pi}{0,1} = 20\pi$

I-4 1. $y = \sin 2x$
2. $y = 3\cos x$
3. $y = \sin \frac{1}{2}x$
4. $y = 4\sin \frac{1}{4}x$
5. $y = \cos \pi x$
6. $y = -4\cos 3x$
7. $y = -2\sin \frac{1}{2}x$
8. $y = 17\cos 0,2x$
9. $y = 3\sin 4x$
10. $y = 0,15\sin \frac{1}{6}\pi x$

I-5a $g(x) = -3\sin x$

b $a = 5$ en $b = \frac{2\pi}{4} = \frac{1}{2}\pi$, dus bijvoorbeeld $f(x) = 5\sin \frac{1}{2}\pi x$

I-6a De tijdsduur tussen twee hoogwaterstanden is gelijk aan de periode, dus $\frac{2\pi}{0,506} = 12,4174$ uren.
Dit zijn 12 uren en $0,4174 \cdot 60 \approx 25$ minuten.

b Teken in dezelfde figuur de grafiek van $h(t) = 1,20$

c Alleen de evenwichtsstand verandert en ligt 0,6 meter hoger.

d Plot $Y1 = 1,85\sin(0,506X) + 0,6$ en $Y2 = 1,20$ en bereken de snijpunten. Die liggen bij $x \approx 0,66$ en $x \approx 5,56$. Dit tijdsinterval heeft lengte 4,90. Dit kom overeen met 4 uur en 54 minuten.

I-7a Spiegel de grafiek van *f* in de *x*-as en vermenigvuldig de afstand tot de *x*-as met 2.

b $f(x) = -\sin x$ of $f(x) = \sin(-x)$

c $g(x) = \cos(x)$ of $g(x) = \cos(-x)$

bladzijde 118

T-1a Bij $180° - 137° = 43°$

b $43° - 360° = -317°$ en $137° - 360° = -223°$

T-2

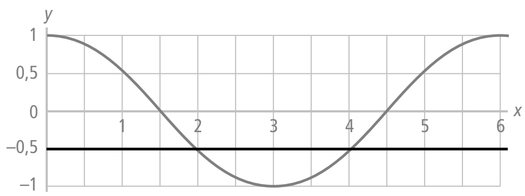
hoek in graden	45	125	240	229,2	600	71,6
hoek in radialen	0,785	2,182	$1\frac{1}{3}\pi$	4	10,472	1,25

T-3a Plot $y_1 = \sin x$ en $y_2 = -0,25$
Met CALC, intersect vind je $x \approx -0,25$
Met behulp van de symmetrieas $x = -\frac{1}{2}\pi$ vind je ook $x \approx -2,89$.

b Met behulp van het symmetriepunt (0,0) vind je $x \approx 0{,}25$ en $x \approx 2{,}89$

c $x \approx -2{,}89 + 4\pi \approx 9{,}68$, $x \approx -2{,}89 + 6\pi \approx 15{,}96$
$x \approx -0{,}25 + 4\pi \approx 12{,}32$, $x \approx -0{,}25 + 6\pi \approx 18{,}60$

T-4a



b De toppen zijn (0,1), $(\pi,-1)$ en $(2\pi,1)$

c Met behulp van de symmetrieas $x = 0$ vind je het snijpunt $(\frac{2}{3}\pi, -\frac{1}{2})$ en met de symmetrieas $x = \pi$ vind je $(1\frac{1}{3}\pi, -\frac{1}{2})$.

T-5a *f*: de amplitude van is 1 en 5 keer de periode is 4π, dus de periode is $\frac{4}{5}\pi$
g: de amplitude is $2\frac{1}{2}$ en 2 perioden is 4π, dus de periode is 2π
h: de amplitude is 1 en de periode is 4π

bladzijde 119

T-6a Voor $x = \pi$ is $\sin(\frac{1}{2}\pi) = 1$

b $f(\pi) = 4{,}5 + 3{,}2 = 7{,}7$

c De functie wordt $g(x) = 4{,}5\sin(\frac{1}{2}x) - 0{,}8$
Het maximum is 3,7 , het minimum is –5,3 en de periode is 4π
Toppen: $(\pi;3{,}7)$, $(5\pi;3{,}7)$, $(3\pi;-5{,}3)$ en $(7\pi;-5{,}3)$

T-7a De periode is $\frac{1}{20} = 0{,}05$ en de amplitude is 5.

b $b = \dfrac{2\pi}{0{,}05} = 40\pi$ en $u(t) = 5\sin(40\pi t)$

c Plot $y_1 = u(t)$ en $y_2 = 4$
Met CALC, intersect vind je $t \approx 0{,}0074$ en met symmetrie $t = \frac{1}{40} - 0{,}0074 = 0{,}0176$
De uitwijking naar rechts is meer dan 4 voor het $\dfrac{0{,}0176 - 0{,}0074}{0{,}05} = 0{,}204 \approx \frac{1}{5}$ deel van de periode.
Voor de uitwijking naar links is dat ook het geval, dus totaal $\frac{2}{5}$ deel van de periode.

T-8a In week 25 wordt een maximale daglengte bereikt van 19 uur.

b Voor $t = 12$ en $t = 37$. Dit komt overeen met de week van 21 maart en die van 21 september,

c Dan passeert de grafiek de evenwichtsstand en stijgt.

d De periode is $\dfrac{365{,}25}{7} \approx 52{,}2$ weken.

e $a = 16{,}8 - 12 = 4{,}8$

f Plot $y_1 = 12 + 4{,}8\sin(\dfrac{2\pi}{52{,}2}t)$ en $y_2 = 16$
Met CALC, intersect en symmetrie vind je $t \approx 17{,}9$ en $t \approx 8{,}2$.
Na iets meer dan 8 weken en bijna 18 weken na 21 maart is de daglengte in Nederland 16 uur.

T-9a Sinus: de afstanden tot de horizontale as van twee punten die symmetrisch liggen t.o.v. de verticale as zijn gelijk.
Cosinus: de afstanden tot de verticale as van twee punten die symmetrisch liggen t.o.v. de horizontale as zijn gelijk.

b De periode is $\frac{2\pi}{b}$ en in één periode heb je 2 symmetrieassen.
Het interval $[0,2\pi]$ bevat b perioden, dus $2b$ symmetrieassen.