Hoofdstuk 5 - De binomiale verdeling

bladzijde 138

V-1a Elke combinatie van aantallen ogen heeft een kans $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$. Bij $K = 2$ horen 9 combinaties, dus is $\text{P}(K = 2) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

b De complete tabel kleinste aantal ogen is:

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

Op vergelijkbare manier als bij onderdeel a vind je ook de rest van de kansverdeling:

k	1	2	3	4	5	6
$\text{P}(K = k)$	$\frac{11}{36}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{36}$

c De 36 combinaties van de bovenste tabel, elk met kans $\frac{1}{36}$, zijn bij de vorming van de kansverdeling op een bepaalde manier verdeeld. De som van de kansen moet dan natuurlijk $\frac{36}{36} = 1$ zijn. Controle: $\frac{11}{36} + \frac{1}{4} + \frac{7}{36} + \frac{5}{36} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{11}{36} + \frac{9}{36} + \frac{7}{36} + \frac{5}{36} + \frac{3}{36} + \frac{1}{36} = \frac{36}{36} = 1$

V-2a De kans op kop is voor elke munt gelijk aan $\frac{1}{2}$. De kans op vier keer kop is dan $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$.

b $\text{P}(kkkm) = \text{P}(k) \cdot \text{P}(k) \cdot \text{P}(k) \cdot \text{P}(m) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$.

c Dit zijn $\binom{4}{3} = 4$ rijtjes.

d $\text{P}(3 \text{ van de } 4 \text{ keer kop}) = \binom{4}{3} \cdot \text{P}(kkkm) = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$

V-3 Controle: $\text{P}(X = 0) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$; $\text{P}(X = 2) = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{216}$; $\text{P}(X = 3) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$.

V-4 $\text{P}(B = 0) = \text{P}(rrr) = \left(\frac{4}{10}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$

$\text{P}(B = 1) = 3 \cdot \text{P}(brr) = 3 \cdot \left(\frac{4}{10}\right)^3 = 3 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{36}{125}$

$\text{P}(B = 2) = 3 \cdot \text{P}(bbr) = 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{54}{125}$

$\text{P}(B = 3) = \text{P}(bbb) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$

b	0	1	2	3
$\text{P}(B = b)$	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$

bladzijde 139

V-5a $\text{P}(wrwrw) = \frac{8}{20} \cdot \frac{12}{19} \cdot \frac{7}{18} \cdot \frac{11}{17} \cdot \frac{6}{16} = \frac{77}{3230} \approx 0{,}0238$

b $\text{P}(wwwrr) = \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} \cdot \frac{6}{18} \cdot \frac{12}{17} \cdot \frac{11}{16} = \frac{77}{3230} \approx 0{,}0238$, dezelfde uitkomst als bij a.

c $\binom{5}{3} = 5 \text{ nCr } 3 = 10$

d $\binom{5}{2} = \binom{5}{3}$. Het aantal manieren waarop je in een rijtje van 5 stuks 2 plaatsen kunt aanwijzen om rode neer te leggen (en de rest aan te vullen met witte) is gelijk aan het aantal manieren waarop je 3 kunt aanwijzen om de witte neer te leggen (en de rest aan te vullen met rode).

V-6a $\mathrm{P}(X=2)=\binom{5}{2}\cdot \mathrm{P}(rrwww)=10\cdot \frac{77}{3230}\approx 0{,}2384$

b $\mathrm{P}(X=3)=\binom{5}{3}\cdot \mathrm{P}(rrrww)=10\cdot \frac{12}{20}\cdot\frac{11}{19}\cdot\frac{10}{18}\cdot\frac{8}{17}\cdot\frac{7}{16}\approx 0{,}3973$

c De andere kansen: $\mathrm{P}(X=0)=\mathrm{P}(wwwww)=\frac{8}{20}\cdot\frac{7}{19}\cdot\frac{6}{18}\cdot\frac{5}{17}\cdot\frac{4}{16}\approx 0{,}0036$,

$\mathrm{P}(X=1)=5\cdot \mathrm{P}(rwwww)=5\cdot\frac{12}{20}\cdot\frac{8}{19}\cdot\frac{7}{18}\cdot\frac{6}{17}\cdot\frac{5}{16}\approx 0{,}0542$,

$\mathrm{P}(X=4)=5\cdot \mathrm{P}(rrrrw)=5\cdot\frac{12}{20}\cdot\frac{11}{19}\cdot\frac{10}{18}\cdot\frac{9}{17}\cdot\frac{8}{16}\approx 0{,}2554$ en

$\mathrm{P}(X=5)=\mathrm{P}(rrrrr)=\frac{12}{20}\cdot\frac{11}{19}\cdot\frac{10}{18}\cdot\frac{9}{17}\cdot\frac{8}{16}\approx 0{,}0511$.

x	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	0,0036	0,0542	0,2384	0,3973	0,2554	0,0511

V-7a $\mathrm{E}(B)=\binom{6}{3}=20\ \ \frac{8}{125}\cdot 0+\frac{36}{125}\cdot 1+\frac{54}{125}\cdot 2+\frac{27}{125}\cdot 3=1\frac{4}{5}$

b $\mathrm{E}(X)=0{,}0036\cdot 0+0{,}0542\cdot 1+0{,}2384\cdot 2+0{,}3973\cdot 3+0{,}2554\cdot 4+0{,}0511\cdot 5=3{,}0000$

V-8a Bij toepen zijn er $4\times 8=32$ kaarten, waarvan 4 tienen en 28 niet-tienen. De kans dat er in het eerste stapeltje van vier kaarten geen enkele tien zit is $\mathrm{P}(K=0)=0{,}56938$.

b Je moet eerst de verdere kansverdeling bepalen. $\mathrm{P}(K=1)=4\cdot\frac{4}{32}\cdot\frac{28}{31}\cdot\frac{27}{30}\cdot\frac{26}{29}\approx 0{,}36440$,

$\mathrm{P}(K=2)=\binom{4}{2}\cdot\frac{4}{32}\cdot\frac{3}{31}\cdot\frac{28}{30}\cdot\frac{27}{29}=6\cdot\frac{4}{32}\cdot\frac{3}{31}\cdot\frac{28}{30}\cdot\frac{27}{29}\approx 0{,}06307$,

$\mathrm{P}(K=3)=4\cdot\frac{4}{32}\cdot\frac{3}{31}\cdot\frac{2}{30}\cdot\frac{28}{29}\approx 0{,}00311$, $\mathrm{P}(K=4)=\frac{4}{32}\cdot\frac{3}{31}\cdot\frac{2}{30}\cdot\frac{1}{29}\approx 0{,}00003$.

Zodat $\mathrm{E}(K)\approx$

$0{,}56938\cdot 0+0{,}36440\cdot 1+0{,}06307\cdot 2+0{,}00311\cdot 3+0{,}00003\cdot 4=0{,}49999\approx 0{,}5000$

bladzijde 140

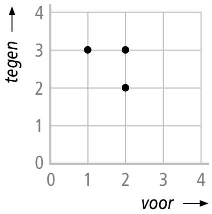
1a Dit zijn $\binom{6}{2}=6\text{ nCr }2=15$ mogelijkheden. Dit is hetzelfde aantal als $\binom{6}{4}=6\text{ nCr }4$.

b Mogelijke eindstanden met 6 doelpunten zijn

$6-0,\ 5-1,\ 4-2,\ 3-3,\ 2-4,\ 1-5$ en $0-6$.

c Bij $6-0$ is er één mogelijkheid, bij $5-1$ zijn er $\binom{6}{1}=6$ mogelijkheden, bij eind-stand $4-2$ zijn er $\binom{6}{2}=15$, bij $3-3$ zijn er $\binom{6}{3}=20$, bij $2-4$ zijn er $\binom{6}{4}=15$ en bij $1-5$ zijn er $\binom{6}{5}=6$ mogelijkheden. Tenslotte kan $0-6$ maar op één manier tot stand komen.

2a



b Naar $2-2$ leiden $\binom{4}{2}=6$, naar eindstand $1-3$ leiden $\binom{4}{1}=4$ routes.

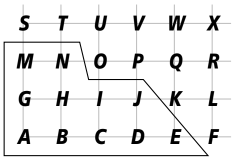
c Naar $2-3$ leiden dan $6+4=10$ routes. Er geldt dus $\binom{5}{2}=\binom{4}{2}+\binom{4}{1}$.

3a Een andere route van A naar D is niet het kortst.

b Door deze aantallen op te tellen. Alle kortste routes van A naar I gaan via C of H. Het aantal routes naar I is $1+2=3$.

c De kortste routes van A naar K gaan via E of J. Dus het gevraagde aantal routes is $1+4=5$.

d Breid de aantallen in het diagram uit in de richting van X steeds door de aantallen behorende bij de voorgangers op te tellen. Hieronder zijn de roosterpunten omlijnd waarvan het aantal kortste routes vanuit A in de opdracht gegeven is. Zet nu bij S en F een "1" omdat bij zowel S als F maar één kortste route vanuit A hoort.



Bereken daarna de aantallen behorend bij T en O, vervolgens die horen bij U, P, K en F, enzovoort. Bij X krijg je dan 56 kortste routes vanuit A.

bladzijde 141

4a Het eerste getal in de achtste rij is $\binom{8}{0}$, dit is het aantal manieren waarop $8-0$ tot stand kan komen. Het tweede getal in de achtste rij is $\binom{8}{1}$, dit het aantal manieren horend bij $7-1$, enzovoort. Het vierde getal in de rij hoort bij het aantal mogelijkheden dat bij $5-3$ hoort.

b Je moet dan het derde getal in de zevende rij hebben. Dat is 21.

c Het vijfde getal in de achtste rij hoort bij een eindstand van $4-4$.

d Hiervoor hebben je de negende rij nodig. Hierbij horen achtereenvolgens de getallen $1,\ 9,\ 36,\ 84,\ 126,\ 126,\ 84,\ 36,\ 9,\ 1$. Bij $6-3$ hoort het zevende getal uit de negende rij, dus 84. Bij $2-7$ hoort het derde getal, dus 36.

e Voor elk van de 4 achtereenvolgende doelpunten geldt dat een doelpunt voor of tegen kan zijn gescoord. Dus zijn er $2\times2\times2\times2=16$ mogelijkheden.

f Dezelfde redenering als bij opdracht e. Als er n doelpunten zijn gemaakt, zijn er 2^n mogelijke scoreverlopen. Een macht van 2 dus.

5a 1 route

b 5 routes

c Bij bakje C horen 10 routes, bij bakje D 10 routes, bij E 5 routes en tenslotte bij bakje F 1 route.

d Er zijn 5 rijen pinnen en de aantallen bij de 6 bakjes A, B, C, D, E en F komen overeen met de 5^e^ rij in de driehoek van Pascal.

e Acht bakjes horen bij een flipperkast met 7 rijen pinnen en ook bij de zevende rij in de driehoek van Pascal. Bij bakje C, het derde bakje, hoort het derde getal van de zevende rij. Het gevraagde aantal routes is 21.

bladzijde 142

6a De kans op deze serie is $P(ABABAB)=\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}=0{,}015625$.

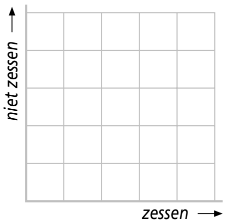
b Nu is $P(ABABAB)=\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{10}=\left(\frac{6}{10}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{10}\right)^3=0{,}013824$ en ook

$P(ABBBAA)=\frac{6}{10}\cdot\left(\frac{4}{10}\right)^3\cdot\left(\frac{6}{10}\right)^2=\left(\frac{6}{10}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{10}\right)^3=0{,}013824$.

c Dat kan op $\binom{6}{3}=20$ manieren.

d $P(\text{eindstand } 3-3)=20\cdot\left(\frac{6}{10}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{10}\right)^3=20\cdot 0{,}013824=0{,}27648$

7a



Je begint linksonder. Als je een zes gooit ga je één stapje naar rechts, gooi je geen zes dan ga je één stapje naar boven.

b Er zijn $\binom{5}{2}=10$ uitkomsten mogelijk, als je alleen let op zes en niet-zes.

c Als N niet-zes betekent, dan is de gevraagde kans $P(66NNN)=\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3\approx 0{,}0161$.

d $P(\text{precies 2 keer een 6})=10\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3\approx 0{,}1608$.

bladzijde 143

8a De kans op succes is $\frac{1}{4}$ omdat het hier om vierkeuzevragen gaat. De kans op mislukking is dan $\frac{3}{4}$.

b $P(4\text{ successen})=\binom{8}{4}\cdot P(ssssmmmm)=70\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)^4\approx 0{,}0865$

c In geval van Kim betekent één fout dat zijn vier van de vragen die zij moet gokken goed heeft. Dus is $P(4\text{ successen})=\binom{5}{4}\cdot P(ssssm)=5\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4\cdot\frac{3}{4}\approx 0{,}0146$.

d Wouters kans op succes is $\frac{1}{3}$.

$P(3\text{ van de 5 goed})=\binom{5}{3}\cdot P(sssmm)=10\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\approx 0{,}1646$.

e

naam	*Sabine*	*Kim*	*Wouter*
binomiaal verdeelde stochast	Aantal op de gok goed beantwoorde vragen		
parameters	$n=8,\ p=\frac{1}{4}$	$n=5,\ p=\frac{1}{4}$	$n=5,\ p=\frac{1}{3}$

9a De kans op het trekken van een defecte lamp is niet steeds hetzelfde. Deze hangt namelijk af van wat eerder getrokken is.

b $P(2\text{ defect, 1 goed})=\binom{3}{2}\cdot\frac{20}{250}\cdot\frac{19}{249}\cdot\frac{230}{248}=3\cdot\frac{20}{250}\cdot\frac{19}{249}\cdot\frac{230}{248}\approx 0{,}0170$.

Als er met teruglegging wordt getrokken wordt die kans gelijk aan

$\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{20}{250}\right)^2\cdot\frac{230}{250}\approx 0{,}0177$.

c De steekproef is nogal klein ten opzichte van de populatie en ook ten opzichte van het aantal defecte lampen in de populatie.

d $P(X=0)=\left(\frac{230}{250}\right)^3 \approx 0,7787$; $P(X=1)=3\cdot\left(\frac{20}{250}\right)\cdot\left(\frac{230}{250}\right)^2 \approx 0,2031$; $P(X=2)\approx 0,0177$ (zie opdracht b); $P(X=3)=\left(\frac{20}{250}\right)^3 \approx 0,0005$

x	0	1	2	3
P(X = x)	0,7787	0,2031	0,0177	0,0005

10a X is het aantal keren dat je munt gooit. De parameters van de bijbehorende binomiale verdeling zijn $n=5,\ p=\frac{1}{2}$.

b X is het aantal goed beantwoorde vragen. De parameters van de bijbehorende binomiale verdeling zijn $n=20,\ p=\frac{1}{4}$.

c Nee, de kansen op een jongen veranderen steeds en hangen af van wat er tussentijds is getrokken.

d X is bijvoorbeeld het aantal rode knikkers dat je trekt. De parameters van de bijbehorende binomiale verdeling zijn $n=6,\ p=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$.

bladzijde 144

11a $\text{P}(X=6)=\left(\frac{3}{4}\right)^6 \approx 0,1780$

b $\text{P}(X=0)=\left(\frac{1}{4}\right)^6 \approx 0,0002$

c Laat g = genezen en n = niet genezen . De gevraagde kans is

$\text{P(ggnnnn)}=\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^4 \approx 0,0022$.

d Het aantal volgorden is $\binom{6}{2}=15$.

e $\text{P}(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4$. Er zijn $\binom{6}{2}=15$ mogelijkheden, die elk met kans $\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4$, dus geldt: $\text{P}(X=2)=15\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4 \approx 0,0330$

12a $\text{P}(X=10)=\binom{20}{10}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{20} \approx 0,1762$

b $\text{P}(X=12)=\binom{20}{12}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{20} \approx 0,1201$

c Ook bij deze manier van doen is de kans om bij een wedstrijd de toss te winnen $\frac{1}{2}$.

Dus is de gevraagde kans gelijk aan die bij opdracht b: $P(X=12)\approx 0,1201$.

13a Per worp is de kans op een twee $\frac{1}{6}$, dus is $p=\frac{1}{6}$. Het aantal worpen is 5, dus $n=5$.

b $P(X=4)=\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^4\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1 \approx 0,0032$

c $P(X=4)=(5\ \text{nCr}\ 4)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^4\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1 \approx 0,0032$

d $P(X=2)=\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,1608$ en $P(X=3)=\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0,0322$

e $P(X=7)=0$ In vijf worpen lukt het niet om 7 tweeën te krijgen.

bladzijde 145

14a $P(X=5)=\text{binompdf}(13;\ 0{,}65;\ 5)\approx 0{,}0336$ en
$P(X=13)=\text{binompdf}(13;\ 0{,}65;\ 13)\approx 0{,}0037$

b Voer in $Y1=\text{binomcdf}(13;\ 0{,}65;\ X)$, gebruik TABLE en scroll door de bijbehorende tabel:

X	Y1
5	.03363
6	.08327
7	.15464
8	.21539
9	.22223
10	.16508
11	.08361

X=5

X	Y1
7	.15464
8	.21539
9	.22223
10	.16508
11	.08361
12	.02588
13	.0037

X=13

15a X is het aantal goed beantwoorde vragen. Deze stochast is $\text{Bin}(5;\ 0{,}25)$ verdeeld.

b $P(X=3)=\text{binompdf}(5;\ 0{,}25;\ 3)\approx 0{,}0879$

c,d Voer in $Y1=\text{binompdf}(5;\ 0{,}25;\ X)$, gebruik TABLE en je krijgt:

X	Y1
0	.2373
1	.39551
2	.26367
3	.08789
4	.01465
5	9.8E-4
6	0

X=0

x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,2373	0,3955	0,2637	0,0879	0,0146	0,0010

16a X is het aantal schuiven dat weigert en deze stochast is $\text{Bin}(62;\frac{1}{100})$ verdeeld.

b $P(X=0)=\text{binompdf}(62;\ 0{,}01;\ 0)\approx 0{,}5363$.

c Nu is X $\text{Bin}(62;\frac{1}{10000})$ verdeeld en $P(X=0)=\text{binompdf}(62;\ 0{,}0001;\ 0)\approx 0{,}9938$

d $P(X=2)=\text{binompdf}(62;\ 0{,}0001;\ 2)\approx 0{,}0000$

e Ja, anders is er geen sprake van een binomiale verdeling.

bladzijde 146

17a $P(X\le 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=\text{binompdf}(5;\ 1/6;\ 0)+$
$+\text{binompdf}(5;\ 1/6;\ 1)+\text{binompdf}(5;\ 1/6;\ 2)\approx 0{,}4019+0{,}4019+0{,}1608\approx 0{,}9646$

b $P(X\le 4)=P(X\le 2)+P(X=3)+P(X=4)\approx 0{,}9646+\text{binompdf}(5;\ 1/6;\ 3)+$
$+\text{binompdf}(5;\ 1/6;\ 4)\approx 0{,}9645+0{,}0322+0{,}0032\approx 0{,}9999$

c $P(X\ge 1)=1-P(X=0)=1-\text{binompdf}(5;\ 1/6;\ 0)\approx 1-0{,}4019=0{,}5981$

18a $P(X=0)=\text{binompdf}(10;\ 0{,}25;\ 0)\approx 0{,}0563$;
$P(X=1)=\text{binompdf}(10;\ 0{,}25;\ 1)\approx 0{,}1877$;
$P(X=2)=\text{binompdf}(10;\ 0{,}25;\ 2)\approx 0{,}2816$;
$P(X=3)=\text{binompdf}(10;\ 0{,}25;\ 3)\approx 0{,}2503$.

b Controle: $P(X\le 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)\approx 0{,}0563+0{,}1877+0{,}2816+0{,}2503=0{,}7759$. Dit klopt dus met de gegeven kans in de tabel.

c Uit de tabel lees je af $P(X\le 5)\approx 0{,}9803$ en $P(X\le 4)\approx 0{,}9219$.

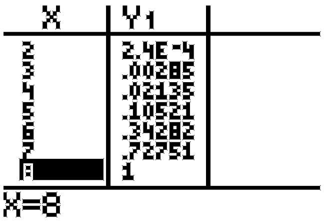
d $P(X\le 5)-P(X\le 4)\approx 0{,}9803-0{,}9219=0{,}0584$. Dit is gelijk aan $P(X=5)$.
Controle: $P(X=5)=\text{binompdf}(10;\ 0{,}25;\ 5)=0{,}0584$ en het klopt.

e $P(X\ge 3)=1-P(X<3)=1-P(X\le 2)\approx 0{,}4744$.

f Na afronding op 4 decimalen zijn deze kansen wel even groot. De kans op hoogstens 10 successen is gelijk aan 1 precies, omdat het optreden van meer dan 10 successen onmogelijk is.
Anders gezegd, de uitdrukking " aantal successen ≤ 10 " omvat alle mogelijkheden.

19a $P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(18;\ 0,35;\ 5) \approx 0,3550$;
$P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(18;\ 0,35;\ 10) \approx 0,9788$;
$P(X \leq 7) = \text{binomcdf}(18;\ 0,35;\ 7) \approx 0,7283$;
$P(X \geq 14) = 1 - P(X \leq 13) = 1 - \text{binomcdf}(18;\ 0,35;\ 13) \approx 0,0003$

b Voer in $Y1 = \text{binomcdf}(8;\ 0,85;\ X)$, gebruik TABLE en je krijgt:



Na afronding op 4 decimalen krijg je de volgende cumulatieve kansverdeling:

k	$P(X \leq k)$
0	0,0000
1	0,0000
2	0,0002
3	0,0029
4	0,0214
5	0,1052
6	0,3428
7	0,7275
8	1,0000

bladzijde 147

20a X is binomiaal verdeeld met parameters $n = 50$ en $p = 30\% = \frac{3}{10}$.
Het gaat om de Bin(50; $\frac{3}{10}$)-verdeling.

b $P(X \geq 25) = 1 - P(X \leq 24) = 1 - \text{binomcdf}(50;\ 0,3;\ 24) \approx 0,0024$

c $P(11 \leq X \leq 18) = P(X \leq 18) - P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(50;\ 0,3;\ 18) - \text{binomcdf}(50;\ 0,3;\ 10) \approx$
$0,8594 - 0,0789 \approx 0,7806$

21a $P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(30;\ 0,7;\ 10) \approx 0,0000$

b $P(X \geq 23) = 1 - P(X \leq 22) = 1 - \text{binomcdf}(30;\ 0,7;\ 22) \approx 0,2814$

c $P(17 < X < 25) = P(X \leq 24) - P(X \leq 17) =$
$\text{binomcdf}(30;\ 0,7;\ 24) - \text{binomcdf}(30;\ 0,7;\ 17) \approx 0,8389$

d $P(9 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 8) = \text{binomcdf}(30;\ 0,7;\ 12) - \text{binomcdf}(30;\ 0,7;\ 8)$
$\approx 0,0006$

e $P(X > 28) = 1 - P(X \leq 28) = 1 - \text{binomcdf}(30;\ 0.7;\ 28) \approx 0,0003$

f $P(7 \leq X < 15) = P(X \leq 14) - P(X \leq 6) =$
$\text{binomcdf}(30;\ 0,7;\ 14) - \text{binomcdf}(30;\ 0,7;\ 6) \approx 0,0064$

g $P(X < 16) = P(X \leq 15) = \text{binomcdf}(30;\ 0,7;\ 15) \approx 0,0169$

22a Laat X zijn het aantal jongens dat wordt geboren, dan is deze stochast Bin(20; $\frac{1}{2}$) verdeeld.
$\text{P(meer jongens dan meisjes)} = \text{P}(X \geq 11) = 1 - \text{P}(X \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(20;\ 0{,}5;\ 10) \approx 0{,}4119$

b $\text{P}(X \geq 14) = 1 - \text{P}(X \leq 13) = 1 - \text{binomcdf}(20;\ 0{,}5;\ 13) \approx 0{,}0577$

c Deze kans is gewoon weer gelijk aan $\frac{1}{2}$. De omstandigheid dat er eerst 9 jongens zijn geboren heeft geen invloed.

23a De groenteman trekt zonder teruglegging, dus schommelt de kans op een zure sinaasappel een klein beetje en is steeds een beetje afhankelijk wat hij daarvoor heeft getrokken. Gelijke kansen zijn voorwaarde voor een binomiaal toevalsexperiment. Dus is X niet precies binomiaal verdeeld.

b Omdat de steekproefgrootte (10) klein is ten opzichte van de populatiegrootte (1000) en ook ten opzichte van de hoeveelheid zure sinaasappels (200) maakt het niet zoveel verschil of je met of zonder teruglegging trekt en mag de kansverdeling van X benaderd worden door een Bin(10; $\frac{200}{1000}$) verdeling. De parameters zijn dus $n = 10$ en $p = \frac{1}{5}$.

c $\text{P}(X < 2) = \text{P}(X \leq 1) = \text{binomcdf}(10;\ 0{,}2;\ 1) \approx 0{,}3758$

d $\text{P}(X > 3) = 1 - \text{P}(X \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(10;\ 0{,}2;\ 3) \approx 0{,}1209$

bladzijde 148

24a X is Bin(5; $\frac{1}{5}$) verdeeld en $\text{P}(X = 5) = \text{binompdf}(5;\ 0{,}2;\ 5) \approx 0{,}0003$.

b Door $Y1 = \text{binompdf}(5;\ 0{,}2;\ X)$ in te voeren in je rekenmachine vind je met TABLE de kansverdeling.

x	0	1	2	3	4	5
P($X = x$)	0,3277	0,4096	0,2048	0,0512	0,0064	0,0003

c $\text{E}(X) \approx 0{,}3277 \times 0 + 0{,}4096 \times 1 + 0{,}2048 \times 2 + 0{,}0512 \times 3 + 0{,}0064 \times 4 + 0{,}0003 \times 5 =$
$0{,}9999 \approx 1$

d 20% is 1 op de 5. In 5 dagen kun je 1 bekeuring verwachten.

e 20% van 250 is 50. Hij kan dus 50 parkeerbonnen verwachten.

25a Bij de eerste keer trekken wordt er een hartenkaart getrokken of er wordt een andere kaart getrokken. Het aantal hartenkaarten is dus 0 of 1. De kans op een hartenkaart is steeds $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$.

b $\text{E}(X_1) = \text{P}(X_1 = 0) \times 0 + \text{P}(X_1 = 1) \times 1 = \text{P}(X_1 = 1) = \frac{1}{4}$

c Voor bijvoorbeeld X_2 gelden de eigenschappen als voor X_1: X_2 is het aantal hartenkaarten bij de tweede keer trekken en kan ook alleen de waarde 0 en 1 hebben. Verder is ook weer $\text{E}(X_2) = \text{P}(X_2 = 0) \times 0 + \text{P}(X_2 = 1) \times 1 = \text{P}(X_2 = 1) = \frac{1}{4}$. Enzovoort.

d $\text{E}(X) = \text{E}(X_1) + \text{E}(X_2) + \text{E}(X_3) + \text{E}(X_4) + \text{E}(X_5) + \text{E}(X_6) = 6 \cdot \frac{1}{4} = 1\frac{1}{2}$

26a $\text{P}(X = 9) = \text{binompdf}(50;\ 0{,}15;\ 9) \approx 0{,}1230$

b $\text{E}(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0{,}15 = 7{,}5$
$\text{P}(X < \text{E}(X)) = \text{P}(X < 7{,}5) = \text{P}(X \leq 7) = \text{binomcdf}(50;\ 0{,}15;\ 7) \approx 0{,}5188$

27a Veronderstel dat 40% van de fietsen in Nederland is voorzien van terugtrapremmen. Als X het aantal fietsers in de steekproef is die gebruik maken van terugtrapremmen, dan is deze stochast Bin(20; 0,40)-verdeeld en is $\text{E}(X) = n \cdot p = 20 \cdot 0{,}4 = 8$.

b De meerderheid bedient zich van handremmen. Dit komt overeen met de minderheid bedient zich van terugtrapremmen, dus $X < 10$. De kans daarop is $\text{P}(X < 10) = \text{P}(X \leq 9) = \text{binomcdf}(20;\ 0{,}4;\ 9) \approx 0{,}7553$.

bladzijde 149

28a Deze kans is gelijk aan $\frac{9}{10}$.

b X is het aantal reacties door de leugendetector . Deze stochast is Bin(12; 0,1)-verdeeld.
De gevraagde kans is $\text{P}(X \geq 1) = 1 - \text{P}(X = 0) = 1 - \text{binompdf}(12;\ 0{,}1;\ 0) \approx 0{,}7176$

c $\text{E}(X) = n \cdot p = 12 \cdot 0{,}1 = 1{,}2$

d In het geval van een schuldige verdachte is X Bin(12; 0,9)-verdeeld en is $\text{E}(X) = n \cdot p = 12 \cdot 0{,}9 = 10{,}8$.

29a Laat X het aantal te lichte pakken zijn in een doos, dan is deze stochast Bin(50; 0,005)-verdeeld en is $\text{P}(X = 0) = \text{binompdf}(50;\ 0{,}005;\ 0) \approx 0{,}7783$.

b $\text{E}(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0{,}005 = 0{,}25$

c De kans dat een doos wordt afgekeurd is $P(X \geq 1) = 1 - 0{,}7783 = 0{,}2217$. Laat Y het aantal afgekeurde dozen zijn, dan is deze stochast Bin(20; 02217)-verdeeld. De verwachting is dan $\text{E}(Y) = n \cdot p = 20 \cdot 0{,}2217 \approx 4{,}4$.

30a De steekproef is klein ten opzichte van de populatie van alle wiskundeleraren. Dus is steekproeftrekken zonder teruglegging te benaderen door steekproeftrekken met terugleggen.

b Als de minister gelijk heeft, is het aantal docenten in de steekproef dat tegen verplichtstellen is, Bin(50; 0,15)-verdeeld en is $\text{E}(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0{,}15 = 7{,}5$.

c Als de minister gelijk heeft dan is
$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(50;\ 0{,}15;\ 7) \approx 0{,}4812$.

d Acht tegenstanders op de 50 is 16% in de steekproef en bevestigt het standpunt van de minister.

e $P(X \geq a) = 1 - P(X \leq a - 1)$. Voer in je rekenmachine in
$Y1 = 1 - \text{binomcdf}(50;\ 0{,}15;\ X - 1)$. Via TABLE krijg je:

X	Y1
6	.78065
7	.6387
8	.48125
9	.3319
10	.20891
11	.11992
12	.06281

X=12

Pas bij $a = 12$ en meer tegenstanders in de steekproef (minstens 24% van de steekproef) start de vakbond een grootschalig onderzoek.

bladzijde 150

31a Er vallen 3 prijzen op 100 loten. Als je één lot koopt is de kans op een prijs $\frac{3}{100} = 0,03$.

b De kansverdeling van de prijs die Janneke krijgt is:

prijs	€0	€15	€50
P(prijs)	0,97	0,02	0,01

De verwachting is $0,97 \times \;\; 0 + 0,02 \times \;\; 15 + 0,01 \times \;\; 50 = \;\; 0,80$.

c Laat X het aantal prijzen zijn dat Janneke wint. Dan is X Bin(5; 0,03)-verdeeld en $P(X = 2) = \text{binompdf}(5;\; 0,03;\; 2) \approx 0,0082$.

d Elke prijs is groter dan de aanschafprijs van een lot. De kans op winst is dus gelijk aan de kans op minstens één prijs.
$\text{P}(X \geq 1) = 1 - \text{P}(X = 0) = 1 - \text{binompdf}(5;\; 0,03;\; 0) \approx 0,1412$.

32a Laat L het aantal linkshandigen in de klas zijn (die dus rechterhandschoenen nodig hebben), dan is L Bin(20; 0,1)-verdeeld. Te weinig rechterhandschoenen betekent te veel linkshandigen, dus meer dan 2. De gevraagde kans is
$\text{P}(L > 2) = 1 - \text{P}(L \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(20;\; 0,1;\; 2) \approx 0,3231$.

b De complementaire gebeurtenis is dat er precies genoeg handschoenen van de juiste soort zijn, dus $L = 2$. De kans is dan
$\text{P}(L \neq 2) = 1 - \text{P}(L = 2) = 1 - \text{binompdf}(20;\; 0,1;\; 2) \approx 0,7148$.

c De kans op een tekort voor een klas met 20 leerlingen is 0,7148. Laat X het aantal klassen zijn waarbij sprake is van een tekort, dan is X Bin(8; 0,7148)-verdeeld. Het verwachte aantal klassen waarbij een tekort optreedt is $E(X) = n \cdot p = 8 \cdot 0,7148 \approx 5,7$.

d In een klas van achttien leerlingen zijn er altijd genoeg handschoenen voor de rechtshandigen. Er is een tekort aan handschoenen voor linkshandigen als $L > 2$. In deze situatie is L Bin(18; 0,1)-verdeeld. De gevraagde kans is
$\text{P}(L > 2) = 1 - \text{P}(L \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(18;\; 0,1;\; 2) \approx 0,2662$.

33a Er zijn $\binom{45}{6} = 8145060$ combinaties mogelijk van 6 getallen uit 1 t/m 45. De kans dat Tim de jackpot wint is $\binom{45}{6}^{-1} \approx 0,00000012$.

b De kans dat een bepaald iemand van de 3 miljoen deelnemers de jackpot niet wint is $1 - \binom{45}{6}^{-1}$. De kans dat niemand van deze 3 miljoen deelnemers de jackpot wint is dan $\left(1 - \binom{45}{6}^{-1}\right)^{3000000}$.
De kans dat de jackpot wel valt is dan $1 - \left(1 - \binom{45}{6}^{-1}\right)^{3000000} \approx 0,3081 \approx 0,3$.

c Laat X het aantal keren zijn dat de jackpot in deze twintig weken valt, dan is X Bin(20; 0,3)-verdeeld. Dan is
$\text{P}(X \geq 12) = 1 - \text{P}(X \leq 11) = 1 - \text{binomcdf}(20;\; 0,3;\; 11) \approx 0,0051$.

d Laat Y het aantal keren zijn dat de jackpot in 12 weken valt, dan is Y Bin(12; 0,3)-verdeeld en $P(X = 0) = \text{binompdf}(12;\; 0,3;\; 0) \approx 0,0138 \approx 0,014$.

e Nee, toeval heeft geen geheugen. De kans dat de jackpot deze week valt is nog steeds 0,3.

bladzijde 151

34a Hoeveel enveloppen moet ik verzamelen (zeg n) opdat mijn kans op een cadeaubon minstens 95% bedraagt? Een cadeaubon ontvang ik als ik minimaal 5 waardebonnen in deze enveloppen aantref. Het gaat er dus om de n te bepalen waarvoor geldt $P(X \geq 5) \geq 0,95$.

b Als je de linker- en rechterkant van de ongelijkheid van 1 aftrekt en het ongelijkteken omdraait dan krijg je $1 - P(X \geq 5) \leq 1 - 0,95$. Omdat $1 - P(X \geq 5) = P(X \leq 4)$ komt dat dus neer op $P(X \leq 4) \leq 0,05$.

c Voer in je GR $Y1 = \text{binomcdf}(X;\ 0,5;\ 4)$. Je vindt via TABLE:

X	Y1
11	.27441
12	.19385
13	.13342
14	.08978
15	.05923
16	.03841
17	.02452

X=16

d Het benodigde aantal enveloppen is $n = 16$ of meer. Je moet minstens $16\times\ \ 20 =\ \ 320$ besteden.

35a De tabel met opschrift “Totaalresultaat” kun je daarvoor gebruiken. Van de 100 geenquêteerden antwoorden er 34 met driemaal A. De schatting van de kans dat een willekeurig iemand driemaal A zou antwoorden is 0,34.

b In de tabel “Resultaat per vraag” is af te lezen dat 60 van de 100 geënquêteerden op vraag 3 antwoord A gaven. De kans op antwoord A op vraag 3 zal dus ongeveer 0,6 zijn. De kans op A bij vraag 2 is dan ongeveer 0,59.

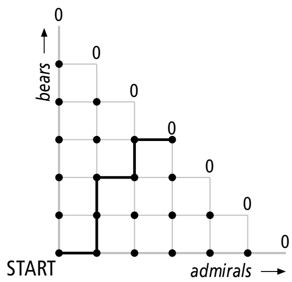
c Hij verwacht dat 60% van de mensen in de nieuwe steekproef een voorkeur voor product A hebben, 60 mensen dus.

d Laat X het aantal mensen in de steekproef zijn met voorkeur voor product A, dan is -als de fabrikant gelijk heeft- X Bin(100; 0,6)-verdeeld. Meer dan de helft betekent $X > 50$. En meer dan 80% betekent $X > 80$. De gevraagde kansen zijn: $\text{P}(X > 50) = 1 - \text{P}(X \leq 50) = 1 - \text{binomcdf}(100;\ 0,6;\ 50) \approx 0,9729$ en $\text{P}(X > 80) = 1 - \text{P}(X \leq 80) = 1 - \text{binomcdf}(100;\ 0,6;\ 80) \approx 6 \times 10^{-6} \approx 0,0000$.

bladzijde 152

I-1a In dat geval is $p = \frac{1}{2}$.

b Het eindpunt van route ABBABA is hieronder voorzien van een aangedikte stip.



c Volgens de tabel zou de kans op AAAAAA gelijk zijn aan 0,01563.

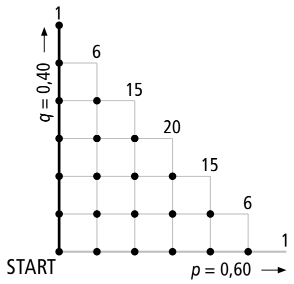
d Controle door berekening: $\text{P(AAAAAA)} = 1 \cdot 0,5^6 = 0,015625$. Wat in de tabel stond klopt dus.

e Deze gebeurtenissen hebben dezelfde kans als gebeurtenis AAAAAA.
$\text{P(AAABBB)} = \text{P(ABABAB)} = 0,5^6 = 0,015625$

f Dit zijn $\binom{6}{3} = 20$ manieren.

g De kans op eindstand 3-3 is $20 \times 0,015625 = 0,3125$.

h Lees af: $\text{P(AAAAAA)} = 0,04666$. Controle: $\text{P(AAAAAA)} = 0,6^6 = 0,046656$



aantal successen	*formules*	*waarde*
0	$1 \times p^0 \times q^6$	0,00410
1	$6 \times p^1 \times q^5$	0,03686
2	$15 \times p^2 \times q^4$	0,13824
3	$20 \times p^3 \times q^3$	0,27648
4	$15 \times p^4 \times q^2$	0,31104
5	$6 \times p^5 \times q^1$	0,18662
6	$1 \times p^6 \times q^0$	0,04666
		totaal 1,00000

Nu is $\text{P(AAABBB)} = \text{P(ABABAB)} = 0,6^3 \cdot 0,4^3 = 0,013824$, het aantal mogelijkheden waarop 3-3 tot stand kan komen is nog steeds 20 en dus is de kans op de eindstand 3-3 gelijk aan $20 \times 0,013824 = 0,27648$, welk getal ook in de kanstabel hierboven is te vinden.

I-2a Stel het roosterdiagram in op 5 stappen en de kans op succes (een zes) op 0,16666666667 ($\approx \frac{1}{6}$).

b In de kanstabel lees je dat dit aantal 10 is.

c Je leest af dat deze kans gelijk is aan 0,16075.

bladzijde 153

I-3a De succeskans is 0,25. Het gaat immers op vierkeuzevragen.

b $\text{P}(X = 4) = \binom{8}{4} \cdot 0,25^4 \cdot 0,75^4 \approx 70 \cdot 0,25^4 \cdot 0,75^4 \approx 0,0865$

c Controle: In de kanstabel bij het roosterdiagram vind je voor die kans 0,08652.

d De kans op een fout antwoord is 0,75. Je moet het roosterdiagram nu bovendien instellen op vijf stappen. Je leest af dat de kans op één fout gelijk is aan 0,01465.

e Bij Wouter hoort een succeskans $\frac{1}{3} \approx 0,3333333333$. Het aantal stappen blijft 5. De kans op 3 goede antwoorden is nu 0,16461.

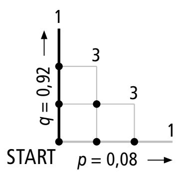
f Sabine: het aantal goede antwoorden is Bin(8; 0,25)-verdeeld.
Kim: het aantal foutieve antwoorden is Bin(5; 0,75)-verdeeld.
Wouter: het aantal goede antwoorden is Bin(5; $\frac{1}{3}$)-verdeeld.

I-4a De kans op een defect lampje is bij dit soort steekproeftrekken niet steeds hetzelfde en is afhankelijk van wat er al getrokken is.

b Laat X het aantal defecte lampjes zijn. $P(X=2)=\binom{3}{2}\cdot\frac{20}{250}\cdot\frac{19}{249}\cdot\frac{230}{248}\approx 0{,}0170$. De overeenkomstige kans bij steekproeftrekken met teruglegging is te bepalen via het roosterdiagram. Neem als aantal stappen 3 en als succeskans $\frac{20}{250}=0{,}08$. Deze kans is 0,01766.

c De steekproef is vrij klein ten opzichte van de populatie en ook ten opzichte van het aantal defecte lampjes in de populatie.

d



aantal successen	*formules*	*waarde*
0	$1 \times p^0 \times q^3$	0,77869
1	$3 \times p^1 \times q^2$	0,20314
2	$3 \times p^2 \times q^1$	0,01766
3	$1 \times p^3 \times q^0$	0,00051
		totaal 1,00000

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,77869	0,20314	0,01766	0,00051

I-5a Stochast X is het aantal munt bij 5 keer tossen; $n=5,\ p=\frac{1}{2}$.

b Stochast X is bijvoorbeeld het aantal fout beantwoorde vragen in de gehele toets; $n=20,\ p=0{,}75$.

c Hierbij hoort niet een binomiale verdeling, zelfs niet als benadering. Reden: Er wordt zonder teruglegging getrokken en de steekproef is helemaal niet zo klein ten opzichte van de populatie.

bladzijde 156

T-1a Dat zijn $\binom{6}{3}=20$ mogelijkheden.

b Je moet op een voor de hand liggend roosterdiagram 3 stapjes naar rechts en 3 naar boven.

Het aantal mogelijkheden is $\binom{6}{3}=20$.

c Je moet in een bijbehorend roosterdiagram 6 stapjes naar rechts en 5 naar boven.

Het aantal mogelijkheden is $\binom{11}{6}=462$.

d Je beantwoordt 5 van de 10 vragen goed. Het aantal mogelijkheden is $\binom{10}{5}=252$.

T-2a,b Het punt hoort bij “de helft van 6 jaren geen blessures”.

c De gevraagde kans is $\binom{6}{3} \cdot 0,15^3 \cdot 0,85^3 \approx 0,0415$.

d De kans dat je in twee van de zes jaren wel een blessure oploopt is $\binom{6}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^4 \approx 0,1762$ en de kans dat je in precies in twee van de zes jaren niet een blessure oploopt is $\binom{6}{4} \cdot 0,15^4 \cdot 0,85^2 \approx 0,0055$.

T-3a Deze kans is $\binom{10}{3} \cdot 0,1^3 \cdot 0,9^7 \approx 0,0574$.

b X is het aantal defecte beeldbuizen in een productie van tien stuks. Bijbehorende binomiale kansverdeling heeft parameters $n = 10,\ p = 0,1$.

c De binompdf-functie zou je nog niet mogen gebruiken omdat deze opgave bij paragraaf 5.3 hoort. Wel mogelijk is het om een tabel te maken via de invoering van $Y1 = (10 \text{ nCr } X) * 0,1 \wedge X * 0,9 \wedge (10 - X)$. De tabel die je krijgt:

x	$P(X = x)$
0	0,3487
1	0,3874
2	0,1937
3	0,0574
4	0,0112
5	0,0015
6	0,0001
7	0,0000
8	0,0000
9	0,0000
10	0,0000

$P(X = 3)$ klopt met het antwoord bij opdracht a.

T-4a Het is hier handig om $Y1 = \text{binomcdf}(10;\ 1/3;\ X)$ in te voeren en de antwoorden van de opdrachten via TABLE op te zoeken.

a $P(Y \le 8) \approx 0,5376$

b $P(Y < 5) = P(Y \le 4) \approx 0,0462$

c $P(Y \ge 15) = 1 - P(Y \le 14) \approx 1 - 0,9944 = 0,0056$

d $P(5 < Y \le 14) = P(Y \le 14) - P(Y \le 5) \approx 0,9944 - 0,1119 = 0,8825$

e $P(Y > 10) = 1 - P(Y \le 10) \approx 1 - 0,8220 = 0,1780$

f $P(9 \le Y < 11) = P(Y \le 10) - P(Y \le 8) \approx 0,8220 - 0,5376 = 0,2844$

bladzijde 157

T-5a Hier is $n = 20,\ p = 0,25$, dus $E(X) = n \cdot p = 20 \cdot 0,25 = 5$.

b Precies een zes krijg je als je 8 antwoorden fout zijn, dus 12 goed. $P(X = 12) = \text{binompdf}(20;\ 0,25;\ 12) \approx 0,0008$

c Minstens een zes halen betekent hoogstens 8 foute antwoorden en dus minstens 12 goede antwoorden. $P(X \ge 12) = 1 - P(X \le 11) = 1 - \text{binomcdf}(20;\ 0,25;\ 11) \approx 0,0009$
Dit antwoord is dus nauwelijks groter dan bij onderdeel b.

d De kans per leerling op een 6 of hoger is 0,0009. Laat Y het aantal leerlingen zijn die een 6 of hoger krijgen, dan is Y Bin(24; 0,0009)-verdeeld en is $E(Y) \approx 24 \cdot 0,0009 \approx 0,02$. Naar verwachting waarschijnlijk niemand.

e Het is nu handiger om naar het aantal fout beantwoorde vragen over te schakelen. Laat Z het aantal fout beantwoorde vragen zijn, dan is deze stochast hier Bin(15; 0,75)-verdeeld, $E(Z) = 15 \cdot 0,75 = 11,25$. Per fout beantwoorde vraag gaat er een half punt af, dus is de verwachting van het cijfer $10 - \frac{1}{2} \times 11,25 = 4,375$.

f In het geval van Judith is X Bin(20; 0,5)-verdeeld. En dus is
$\text{P}(X \geq 12) = 1 - \text{P}(X \leq 11) = 1 - \text{binomcdf}(20;\ 0,5;\ 11) \approx 0,2517$.

T-6a De kans op een even aantal ogen en dat Tom een punt krijgt, is per worp gelijk aan $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
Laat T het aantal punten van Tom zijn, dan is na 12 worpen T Bin(12; $\frac{1}{2}$)-verdeeld en is $\text{P}(T = 8) = \text{binompdf}(12;\ 0,5;\ 8) \approx 0,1208$.

b Bij deze manier van verdelen krijgt Tom twee keer zoveel als Harry, dus Tom €20,- en Harry € 10,-.

c Wil Tom winnen, dan moet hij via de 13 resterende worpen nog minimaal 5 punten krijgen. Laat X het aantal punten zijn dat Tom in de laatste 13 worpen haalt, dan is X Bin(13; $\frac{1}{2}$)-verdeeld en
$\text{P(Tom wint)} = \text{P}(X \geq 5) = 1 - \text{P}(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(13;\ 0,5;\ 4) \approx 0,8666$ en dus is de kans dat Harry alsnog wint gelijk aan 1 – 0,8666 = 0,1334. De verdeling van de pot naar evenredigheid van de kansen op winst levert voor Tom op $0,8666 \times\ 30 =$ € 25,- en voor Harry € 5,-.

d De verdeling naar evenredigheid van de kansen lijkt het meest eerlijk. Nog eerlijker is het om het spel gewoon uit te spelen.

T-7a Omdat de steekproefgrootte hier zeer klein is ten opzichte van de populatiegrootte is F, het aantal fietsers in de steekproef, bij benadering binomiaal verdeeld met parameters $n = 20$ en (als Ard gelijk heeft) $p = 0,75$. Dus is, opnieuw volgens Ard,
$\text{E}(F) = 20 \cdot 0,75 = 15$.

b Gert meent dat $p = 0,4$. Bij die veronderstelling is
$\text{P}(8 \leq F \leq 14) = \text{P}(F \leq 14) - \text{P}(F \leq 7) =$.
$\text{binomcdf}(20;\ 0,4;\ 14) - \text{binomcdf}(20;\ 0,4;\ 7) \approx 0,5825.$

c Als Ard gelijk heeft is $p = 0,75$. Gert krijgt gelijk als $F < 12$.
Bijbehorende kans is bij Ards veronderstelling gelijk aan
$\text{P}(F < 12) = \text{P}(F \leq 11) = \text{binomcdf}(20;\ 0,75;\ 11) \approx 0,0409$.

d Nu ga je uit van het gelijk van Gert, dus $p = 0,4$. De kans dat Ard gelijk krijgt is
$\text{P}(F \geq 12) = 1 - \text{P}(F \leq 11) = 1 - \text{binomcdf}(20;\ 0,4;\ 11) \approx 0,0565$.

T-8a Als je let op het (in de steekproef) voorkomen van knikkers van een speciale soort (bijvoorbeeld knikkers met een bepaalde kleur) en als tegelijkertijd het herhaald trekken <u>met terugleggen</u> gebeurt.

b Als de steekproefgrootte erg klein is ten opzichte van de populatie maakt het voor de kansen op een speciaal soort knikkers niet zoveel uit of er met of zonder terug-legging wordt getrokken en is het aantal speciale knikkers in de steekproef op zijn minst bij benadering binomiaal verdeeld.