Hoofdstuk 7 - Logaritmische functies

bladzijde 204

V-1a De dagwaarde begint op 25 000 en daalt naar 15 000. Dus: $25000 \cdot g^5 = 15000$;
$g^5 = \frac{15000}{25000} = 0,6$; $g = 0,6^{\frac{1}{5}} \approx 0,9029$.

b Op tijdstip $t = 0$ is de dagwaarde 25 000. De groeifactor $g \approx 0,9029$ dus
$W = 25000 \cdot 0,9029^t$.

c

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
W	25000	22573	20381	18402	16615	15002	13545	12230	11042	9970	9002	8128

d $1 - 0,9029 = 0,1971$; $0,1971 \times 100\% = 19,71\%$

e Groeifactor per 10 jaar is $g^{10} = 0,9029^{10} \approx 0,36$.

f $1 - 0,36 = 0,64$; $0,64 \times 100\% = 64\%$

V-2a Het groeit met 8% per jaar, dus is de groeifactor: $g = \frac{108}{100} = 1,08$.
De groeifactor per half jaar is $g^{\frac{1}{2}} = 1,08^{\frac{1}{2}} \approx 1,04$.

b Per half jaar is de groei 4%.

V-3a Het neemt af met 8% per uur. Per uur is de groeifactor $g = \frac{92}{100} = 0,92$.
Per dag is de groeifactor $g = 0,92^{24} \approx 0,14$.

b Per dag neemt de hoeveelheid met 86% af.

V-4 Bij de toename van 5,7% hoort groeifactor $g = 1,057$. Het begint met de hoeveelheid 1 720. Het functievoorschrift is $N(t) = 1720 \cdot 1,057^t$.

V-5 Bij de afname van 0,5% hoort groeifactor $g = 0,995$. Het begint met 37 980 dus is $N(t) = 37980 \cdot 0,995^t$.

bladzijde 205

V-6a $7^{-3} = \frac{1}{7^3} = \frac{1}{343}$; $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \left(3^{-1}\right)^{-2} = 3^{(-1\times-2)} = 3^2 = 9$

b $3^{14} \cdot 3^{-16} = 3^{(14-16)} = 3^{-2}$; $4^{-3} \cdot 4^{-5} \cdot 4^8 = 4^{(-3-5+8)} = 4^0$; $7^{x+1} \cdot 7^{-x+3} = 7^{(x+1-x+3)} = 7^4$

c $\left(3^4\right)^2 = 3^{(4\cdot2)} = 3^8$; $\left(2^{-7}\right)^{-2} = 2^{(-7\cdot-2)} = 2^{14}$; $\left(5^{12}\right)^{-\frac{1}{3}} = 5^{-4}$; $\left(3^2\right)^p = 3^{(2\cdot p)} = 3^{2p}$;
$\left(2^{-1}\right)^p = 2^{(-1\cdot p)} = 2^{-p}$

V-7a $N(t) = 2^{(3+t)} = 2^3 \cdot 2^t = 8 \cdot 2^t$

b $N(t) = 15 \cdot 2^{t+4} = 15 \cdot 2^t \cdot 2^4 = 15 \cdot 2^t \cdot 16 = 240 \cdot 2^t$

c $N(t) = 0,49 \cdot 10^{2-2t} = 0,49 \cdot 10^2 \cdot \left(10^{-2}\right)^t = 49 \cdot 0,01^t$

d $N(t) = 3^{(-2+3t)} = 3^{-2} \cdot \left(3^3\right)^t = \frac{1}{3^2} \cdot 27^t = \frac{1}{3} \cdot 27^t$

e $N(t) = 4^{\frac{1}{2}t-2} = (4^{\frac{1}{2}})^t \cdot 4^{-2} = 2^t \cdot \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} \cdot 2^t$

V-8a Eén etmaal is één dag. Per dag is de groeifactor $g = 1{,}063$. Aan het begin zijn er 14800 insecten dus is $N(t) = 14\,800 \cdot 1{,}063^t$. Op 2 februari is $t = 1$.
$N(1) = 14\,800 \cdot 1{,}063^1 = 15\,732$ insecten.

b Januari heeft 31 dagen. Tussen 29 januari en 1 februari zitten 3 dagen, $t = -3$.
$N(-3) = 14\,800 \cdot 1{,}063^{-3} = 12\,321$ insecten.

c In een week zitten zeven dagen, t kan dan genomen worden als $t = 7$. De groeifactor wordt $g = 1{,}063^7 = 1{,}53$. De toename per week is dan 53%.

d In één etmaal zitten 24 uren. Acht uur is $\frac{1}{3}$ van 24 uur, $t = \frac{1}{3}$. De groeifactor wordt dan $g = 1{,}063^{\frac{1}{3}} = 1{,}0206$. De toename per acht uur is ongeveer 2,1%.

e Met de rekenmachine vind je $t \approx 19{,}93$ dagen.

V-9a
$2^{1+5x} = 8$
$2^{1+5x} = 2^3$
$1 + 5x = 3$
$5x = 2$
$x = 2{,}5$

b
$5^{2t-8} = \frac{1}{25}$
$5^{2t-8} = 5^{-2}$
$2t - 8 = -2$
$2t = 6$
$t = 3$

c
$3^{-t} = \sqrt{3}$
$3^{-t} = 3^{\frac{1}{2}}$
$-t = \frac{1}{2}$
$t = -\frac{1}{2}$

d
$8 \cdot 4^p = \sqrt{2}$
$2^3 \cdot 2^{2p} = 2^{\frac{1}{2}}$
$2^{3+2p} = 2^{\frac{1}{2}}$
$3 + 2p = \frac{1}{2}$
$2p = 2{,}5$
$p = 1{,}25$

e
$6 \cdot \left(\sqrt{6}\right)^x = \frac{1}{6}$
$6^1 \cdot 6^{\frac{1}{2}x} = 6^{-1}$
$1 + \frac{1}{2}x = -1$
$\frac{1}{2}x = -2$
$x = -4$

f
$5^{5t+3} = 5^\circ$
$5t + 3 = 0$
$t = -0{,}6$

bladzijde 206

1a De groeifactor per drie dagen is $g = 2^3 = 8$.

b De groeifactor per vier dagen is $g = 2^4 = 16$.

c Zes uur is $\frac{1}{4}$ van 24 uur. De groeifactor per zes uur is $g = 2^{\frac{1}{4}} \approx 1{,}1892$.

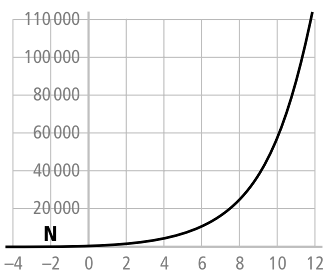
d Bij 400 mieren vind je met de rekenmachine dat $t = 2$ dagen.
Bij 1600 mieren vind je met de rekenmachine dat $t = 4$ dagen.

e Als $t = 0$ zijn er 100 mieren. Om van 100 naar 400 mieren te groeien duurt het 2 dagen. Om van 400 naar 1 600 mieren te groeien duurt het $4 - 2 = 2$ dagen.

f Je moet de vergelijking $g = 2^t = 10$ oplossen. Met de rekenmachine vind je $t \approx 3{,}3219$ dagen.

2a $N(t) = 1000 \cdot 1{,}5^t$

b



c Bereken met de rekenmachine dat $t \approx 7{,}388$ dagen. Na 8 dagen hebben 20 000 inwoners een mobiele telefoon, dit is op 9 januari 1998.

d 40% van 100 000 is 40 000. Met de rekenmachine volgt $t \approx 9{,}098$ dagen. Na 10 dagen hebben 40 000 inwoners een mobiele telefoon, dit is op 11 januari 1998.

e Met de rekenmachine: $t = 1{,}7$ dagen.

f 40 000 is het dubbele van 20 000. Het verschil tussen 7,388 en 9,098 dagen is $9{,}098 - 7{,}388 \approx 1{,}7$ dag.

bladzijde 207

3a De toename is 5%, de groeifactor is 1,05. De vergelijking voor de verdubbelingstijd is $1{,}05^t = 2$.

b Met de rekenmachine: $t = 14$ jaar.

c De toename is 2%, de groeifactor is 1,02. De vergelijking voor de verdubbelingstijd is $1{,}02^t = 2$.
Met de rekenmachine: $t = 35$ jaar. Na 35 jaar is het volume van de stam twee keer zo groot.
De vergelijking voor de verviervoudigingstijd is $1{,}02^t = 4$. Met de rekenmachine: $t = 70$ jaar. Na 70 jaar is het volume van de stam vier keer zo groot.

4a De afname is 20%, de groeifactor is 0,8.

b $Z(t) = 50 \cdot 0{,}8^t$

c $Z(12) = 50 \cdot 0{,}8^{12} = 3{,}44$ mg

d De vergelijking voor de halveringstijd is $0{,}8^t = 0{,}5$. Met de rekenmachine: $t \approx 3{,}106$ uur.
$3{,}106 \cdot 60 = 186$ minuten.

5a Zie opdracht 4d. De halveringstijd is ongeveer 3,11.

b De vergelijking voor de halveringstijd is $0{,}9^t = 0{,}5$. Met de rekenmachine: $t \approx 6{,}58$.

c De afname is 5%, de groeifactor is 0,95. De vergelijking voor de halveringstijd is $0{,}95^t = 0{,}5$. Met de rekenmachine: $t \approx 13{,}51$.

6a De afname is 8%, de groeifactor is 0,92. De vergelijking voor de halveringstijd is $0{,}92^t = 0{,}5$. Met de rekenmachine: $t \approx 8{,}313$ jaar. Na 9 jaar is de waarde van het bedrag gehalveerd.

b $8{,}313 \cdot 3 = 24{,}939$ jaar; $N(t) = 10\,000 \cdot 0{,}92^t$. $N(24{,}939) = 10\,000 \cdot 0{,}92^{24{,}939} \approx 1250$ euro

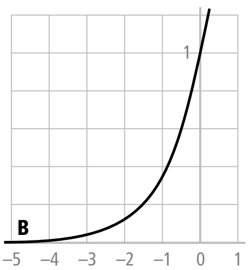
bladzijde 208

7a $B(t) = 3^t$

b

t	–1	–0,7	0	1	1,6	1,9	2,3
B	0,33	0,46	1	3	5,80	8,06	12,51

c



d Met de rekenmachine: $t \approx 1,77$ maanden.
Met de rekenmachine: $t = 2$ maanden.

e $3^t = 7$; $3^t = 9$

f De vergelijking is $3^t = 9$. Je ziet direct dat $t = 2$.

g $3^t = 3 \Rightarrow t = 1$
$3^t = 4 \Rightarrow t = {}^3\log 4 = \dfrac{\log 4}{\log 3} \approx 1,26$
$3^t = 6 \Rightarrow t = {}^3\log 6 = \dfrac{\log 6}{\log 3} \approx 1,63$

8a $3^t = 4 \Rightarrow t = {}^3\log 4$
$3^t = 6 \Rightarrow t = {}^3\log 6$
$3^t = 9 \Rightarrow t = {}^3\log 9$

b $3^t = 5$ en $5^t = 3$

c $5^t = 3 \Rightarrow t = {}^5\log 3 = \dfrac{\log 3}{\log 5} \approx 0,68$ dagen

bladzijde 209

9a ${}^3\log 9$ is een geheel getal omdat $3^2 = 9$. De vergelijking $3^x = 10$ heeft geen gehele oplossing.

b ${}^3\log 1 = 0$ want $3^0 = 1$ en ${}^3\log 3 = 1$ want $3^1 = 3$.

10a ${}^3\log 27 = 3$ omdat $3^3 = 27$

b ${}^2\log 32 = 5$ omdat $2^5 = 32$

c ${}^4\log 4 = 1$ omdat $4^1 = 4$

d ${}^2\log \frac{1}{8} = -3$ omdat $2^{-3} = \frac{1}{8}$

11a Als ${}^3\log 12 = x$ is $3^x = 12$ en dus ligt x tussen 2 en 3.

b Als ${}^5\log 1000 = x$ is $5^x = 1000$ en dus ligt x tussen 4 en 5.

c Als ${}^{10}\log 3790 = x$ is $10^x = 3790$ en dus ligt x tussen 3 en 4.

d Als ${}^{\frac{1}{2}}\log 3 = x$ is $(\frac{1}{2})^x = 3$ en dus ligt x tussen –1 en –2.

12a Er is twee uur nodig om het aantal cellen zestien keer zo groot te maken. De bijbehorende exponentiële vergelijking is $4^t = 16$ en dus is ${}^4\log 16 = 2$.

b $4^t = 4$ waarbij $t = 1$ uur.

c $4^t = \frac{1}{4}$ waarbij $t = -1$ uur.

d De vergelijking van de biologieproef is $N(t) = 2000 \cdot 4^t$.
${}^4\log 64 = t$ wordt $4^t = 64$ dus is $t = 3$ uur. Invullen in de vergelijking geeft $N(3) = 2000 \cdot 4^3 = 128\,000$ cellen.
${}^4\log 40 = t$ wordt $4^t = 40$ dus is $t \approx 2,661$ uur. Invullen in de vergelijking geeft $N(2,661) = 2000 \cdot 4^{2,661} \approx 80\,000$ cellen.

13a $N(t) = 5000 \cdot 1,047^t$

b $1,047^t = \dfrac{8000}{5000} = 1,6$. De exacte oplossing is $t = {}^{1,047}\log 1,6$.

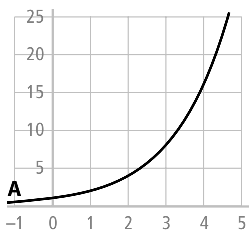
c Met de rekenmachine: $t \approx 10,23$ jaar. In maanden is dit $122,76 \approx 123$ maanden.

14a $A(t) = 2^t$

b

t	A
–2	0,25
–1	0,5
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

c



d $2^t = 64$ dus is $t = 6$ weken.

e ${}^2\log A = t$

f $\frac{1024}{128} = 8$, de oppervlakte wordt acht keer zo groot. De bijbehorende vergelijking is $2^t = 8$ en dus is $t = 3$ weken.

bladzijde 210

15a log 2 ≈ 0,3; log 5 ≈ 0,7; log 10 = 1; log 25 ≈ 1,4; log 100 = 2; log 1000 = 3

b Bij de vergelijking ${}^g\log 10 = 1$ hoort de exponentiële vergelijking $g^1 = 10$. Hieraan zie je dat $g = 10$. Wanneer je dit ook met alle andere logaritmen doet zie je dat er overal 10 uitkomt.

c log 10 000 = 4; log 0,01 = –2

16a $\log 50 \approx 1{,}699$ want $10^{1{,}699} \approx 50$

b $\log 1 = 0$ want $10^0 = 1$

c $\log 0{,}5 \approx -0{,}3$ want $10^{-0{,}3} \approx 0{,}5$

17a $\frac{\log 7}{\log 10} \approx 0{,}85$

b $2t = \frac{\log 7}{\log 10}$ dus is $t \approx \frac{0{,}85}{2} \approx 0{,}42$

c $4t + 3 = \frac{\log 8}{\log 10}$ dus is $4t = \frac{\log 8}{\log 10} - 3$. Vervolgens is $t = \left(\frac{\log 8}{\log 10} - 3\right) \cdot \frac{1}{4} \approx -0{,}52$.

d $1{,}2t - 0{,}6 = \frac{\log 6{,}7}{\log 10}$ dus $1{,}2t = \frac{\log 6{,}7}{\log 10} + 0{,}6$. Vervolgens is $t = \left(\frac{\log 6{,}7}{\log 10} + 0{,}6\right) \cdot \frac{1}{1{,}2} \approx 1{,}19$.

18a Met de vergelijking $10^t = 2$. De exacte oplossing is ${}^{10}\log 2 = t$ zodat $t \approx 0{,}3$ jaar. Dit zijn $0{,}3 \cdot 365 \approx 110$ dagen.

b $10^t = 8$ heeft de exacte oplossing ${}^{10}\log 8 = t$ en dus is $t \approx 0{,}9$. Het aantal dagen dat nodig is voor een verachtvoudiging is $0{,}9 \cdot 365 \approx 330$.

c Omdat $2^3 = 8$.

19a $x = {}^{5}\log 12$

b $a = {}^{10}\log 5$

c $x = \dfrac{{}^{10}\log 12}{a} = \dfrac{\log 12}{a}$ waarbij $a = \log 5 \approx 0{,}70$ want ${}^{5}\log 12 = \dfrac{\log 12}{\log 5}$.

d ${}^{5}\log 12 = \frac{\log 12}{\log 5}$ dus $a = \log 5$

bladzijde 211

20a ${}^{2}\log 7 = \frac{\log 7}{\log 2} \approx 2{,}81$

b ${}^{\frac{1}{2}}\log 128 = \frac{\log 128}{\log \frac{1}{2}} = -7{,}00$

c ${}^{3}\log 10 = \frac{\log 10}{\log 3} \approx 2{,}10$

d ${}^{25}\log 0{,}5 = \frac{\log 0{,}5}{\log 25} \approx -0{,}22$

21a $t = {}^{5}\log 16 = \frac{\log 16}{\log 5} \approx 1{,}72$

b $1{,}08^t = 5$ waarbij $t = {}^{1{,}08}\log 5 = \frac{\log 5}{\log 1{,}08} \approx 20{,}91$

c $2^t \approx 12{,}089$ waarbij $t = {}^{2}\log 12{,}089 = \frac{\log 12{,}089}{\log 2} \approx 3{,}60$

d $1{,}064^t \cdot 1{,}064^{-1} = 3{,}21$ dit geeft $1{,}064^t \approx 3{,}415$ waarbij $t = {}^{1{,}064}\log 3{,}415 = \frac{\log 3{,}415}{\log 1{,}064} \approx 19{,}80$

22a $x = 2^5 = 32$

b $x = 5^0 = 1$

c $\log x = -1$ dus $x = 10^{-1} = 0{,}1$

d $x = 0{,}5^4 = 0{,}0625$

e $4 = x^1$ dus $x = 4$

f $x = 10^3 = 1000$

23a $P(t) = 0{,}96^t$

b $0{,}96^t = 0{,}2$ dus $t = {}^{0{,}96}\log 0{,}2 = \frac{\log 0{,}2}{\log 0{,}96} \approx 39$ uur

c $0{,}96^t = 0{,}5$ dus $t = {}^{0{,}96}\log 0{,}5 = \frac{\log 0{,}5}{\log 0{,}96} \approx 17$ uur

$0{,}96^t = 0{,}3$ dus $t = {}^{0{,}96}\log 0{,}3 = \frac{\log 0{,}3}{\log 0{,}96} \approx 29$ uur

d $0{,}96^t = \frac{P}{100}$ dus $t = {}^{0{,}96}\log\left(\frac{P}{100}\right)$

24a $t = {}^{4}\log N$

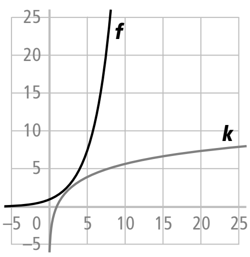
b $1{,}03^t = \frac{N}{0{,}45}$ dus $t = {}^{1{,}03}\log\left(\frac{N}{0{,}45}\right)$

c $2{,}6^t = \left(\frac{N}{50}\right)$ dus $t = {}^{2{,}6}\log\left(\frac{N}{50}\right)$

d $5 \cdot 3^t = N - 6$ waarbij $3^t = \frac{N-6}{5}$ dus $t = {}^{3}\log(\frac{N-6}{5})$

bladzijde 212

25a



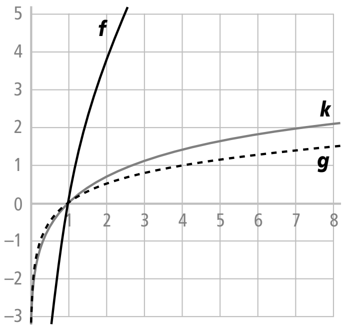
b Het domein van f is $\mathbb{R}$, het domein van k is $\langle 0, \rightarrow \rangle$.
Het bereik van f is $\langle 0, \rightarrow \rangle$, het bereik van k is $\mathbb{R}$.

c De lijn $y = 0$ is de horizontale asymptoot van de grafiek van f.
De lijn $x = 0$ is de verticale asymptoot van de grafiek van k.

d De grafiek van f snijdt de verticale as in $(0,1)$.
De grafiek van k snijdt de horizontale as in $(1,0)$.

e $1,5^x \leq 3$ dus $x \leq {}^{1,5}\log 3 \approx 2,71$
${}^{1,5}\log x \leq 3$ dus $0 < x \leq 1,5^3 = 3,375$

26a Alle grafieken stijgen.
Het domein van de grafieken is $\langle 0, \rightarrow \rangle$, het bereik van de grafieken is $\mathbb{R}$.
De lijn $x = 0$ is de verticale asymptoot van de grafieken.

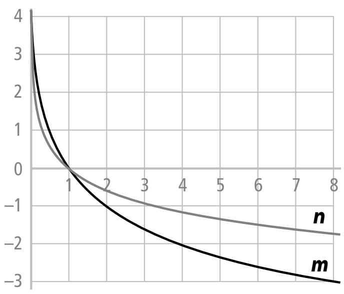


De grafieken snijden de x-as in $(1,0)$.

b De grafiek stijgt steeds minder snel naarmate g steeds groter wordt.

c De grafiek wordt steeds steiler naarmate g steeds dichter bij 1 komt.

27a



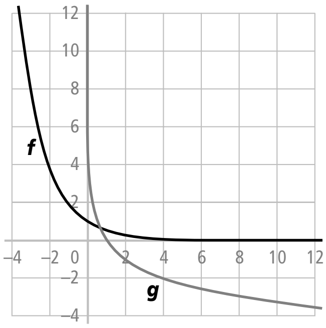
Beide grafieken dalen.
Het domein van de grafieken is $\langle 0, \rightarrow \rangle$, het bereik van de grafieken is $\mathbb{R}$.
De lijn $x = 0$ is de verticale asymptoot van de grafieken.
De grafieken snijden de x-as in $(1,0)$.

b Het verschil is dat de grafieken nu dalen en bij opdracht 26 stijgen. De overeenkomsten zijn het domein, het bereik, de asymptoot en de snijpunten met de x-as.

c Voor $0 < g < 1$ is de functie dalend en voor $g > 1$ stijgend.

bladzijde 213

28a



b De lijn $y = 0$ is de horizontale asymptoot van de grafiek van *f*.
De lijn $x = 0$ is de verticale asymptoot van de grafiek van *g*.

c Met de rekenmachine bereken je het snijpunt $(0,64;0,64)$.

d Ja

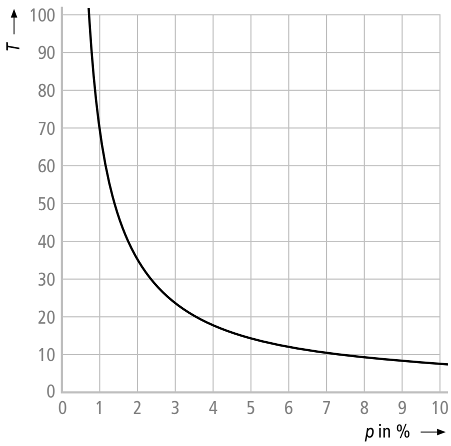
29a $P(h) = 0,885^h$

b $h = {}^{0,885}\log P$

c ${}^{0,885}\log 0,51 = \frac{\log 0,51}{\log 0,885} \approx 5,51$

30a $\frac{\log 2}{\log 1,03} \approx 23$, $\frac{\log 2}{\log 1,07} \approx 10$, $\frac{\log 2}{\log 1,13} \approx 5$, $\frac{\log 2}{\log 1,16} \approx 4$

b



Horizontaal is het groeipercentage uitgezet en verticaal de verdubbelingstijd.

Het is de grafiek van $T = \dfrac{\log 2}{\log(1 + \frac{p}{100})}$.

c Dan wordt de grafiek steeds vlakker, het is bijna de lijn $T = 1$.

d De verdubbelingstijd is ongeveer 12 jaar.

bladzijde 214

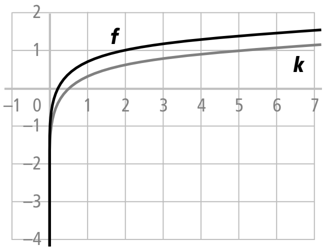
31a 10

b $\log\left(5\cdot\frac{1}{2}\right)-\log\left(\frac{1}{2}\right)=\log\frac{2{,}5}{0{,}5}=\log 5$

$\log\left(5\cdot 1\right)-\log\left(1\right)=\log\frac{5}{1}=\log 5$

$\log\left(5\cdot 5\right)-\log\left(5\right)=\log\frac{25}{5}=\log 5$

c



Ja, er is een constant verschil.

d $\log 5x-\log 2x=\log\frac{5x}{2x}=\log 2\frac{1}{2}$

e ${}^{3}\log x=\frac{\log x}{\log 3}$

f ${}^{3}\log 4$

32a $N(t)=10\cdot 3^{t}$

b Ongeveer 1,5.

c Ongeveer 0,6.

d ${}^{3}\log 5+{}^{3}\log 2={}^{3}\log\left(5\cdot 2\right)={}^{3}\log 10$

e Bij 10 keer zo groot is $y=100$, de tijd is dan ongeveer 2,1. Dit komt overeen met $1{,}5+0{,}6=2{,}1$.

33a ${}^{2}\log 5+{}^{2}\log 5={}^{2}\log 25$

b ${}^{2}\log 5+{}^{2}\log 5+{}^{2}\log 5={}^{2}\log 125$

c $3\cdot{}^{2}\log 5={}^{2}\log 5+{}^{2}\log 5+{}^{2}\log 5={}^{2}\log 125={}^{2}\log 5^{3}$

d $4\cdot{}^{7}\log 3={}^{7}\log 3^{4}$

e $\frac{1}{2}\cdot{}^{3}\log 16={}^{3}\log 16^{\frac{1}{2}}$

f $-2\cdot{}^{4}\log 3={}^{4}\log 3^{-2}$

bladzijde 215

34a ${}^{2}\log 21$

b ${}^{7}\log 28$

c ${}^{3}\log 16^{\frac{1}{2}}+{}^{3}\log 8^{2}={}^{3}\log\left(4\cdot 64\right)={}^{3}\log 256$

d ${}^{5}\log 4^{2}+{}^{5}\log a={}^{5}\log 16a$

35a ${}^{3}\log\left(5\cdot x\right)={}^{3}\log 10^{2}$ dit geeft $5x=100$ dus $x=20$.

b 2 kun je vervangen door ${}^{3}\log 9$. Dan krijg je ${}^{3}\log x={}^{3}\log 9+{}^{3}\log 15={}^{3}\log\left(9\cdot 15\right)$ dus $x=135$.

c 1,5 kun je vervangen door ${}^{4}\log 8$. Dan krijg je ${}^{4}\log(2x+1)+{}^{4}\log 3^{2}={}^{4}\log 8+{}^{4}\log(9x)$ waarbij $\left(2x+1\right)+9=8+9x$. Dus is $7x=2$ en is $x=\frac{2}{7}$.

d 2 kun je vervangen door ${}^{5}\log 25$. Dan ${}^{5}\log x = {}^{5}\log 25 - {}^{5}\log 10 = {}^{5}\log \frac{25}{10}$ en dus $x = \frac{25}{10} = 2{,}5$.

36a $x = {}^{3}\log 15$

b $2^{{}^{2}\log 3} = 2^{\frac{\log 3}{\log 2}} = 3$ en $2^{{}^{2}\log 15} = 2^{\frac{\log 15}{\log 2}} = 15$

c $x = {}^{2^{{}^{2}\log 3}}\log 2^{{}^{2}\log 15} = \frac{\log 2^{{}^{2}\log 15}}{\log 2^{{}^{2}\log 3}} = \frac{{}^{2}\log 15}{{}^{2}\log 3}$

d Uit a volgt dat $x = {}^{3}\log 15$ en uit c volgt dat $x = \frac{{}^{2}\log 15}{{}^{2}\log 3}$. Beide de oplossing van $3^x = 15$.

37a ${}^{8}\log 128 = \frac{{}^{2}\log 128}{{}^{2}\log 8}$

b $\frac{{}^{2}\log 128}{{}^{2}\log 8} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

c ${}^{4}\log 32 = \frac{{}^{2}\log 32}{{}^{2}\log 4} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

d ${}^{27}\log 9 = \frac{{}^{3}\log 9}{{}^{3}\log 27} = \frac{2}{3}$

bladzijde 216

38a 10; in de periode van 10 tot 20 dagen en na 32 dagen.
100; ongeveer na 35 dagen.
1000; 37 en 52 dagen.

b Nee, de antistoffen nemen exponentieel toe.

c De horizontale as gaat in stapjes van 10, de verticale as wordt elk stapje vermenigvuldigd met 10.

d De vermenigvuldiging met 10.

39a Logschaal I: $0{,}01 = 10^{-2}$; $0{,}1 = 10^{-1}$; $1 = 10^0$; $10 = 10^1$; $100 = 10^2$; $1\,000 = 10^3$; $10\,000 = 10^4$
Logschaal II: $0{,}25 = 2^{-2}$; $0{,}5 = 2^{-1}$; $1 = 2^0$; $2 = 2^1$; $4 = 2^2$; $8 = 2^3$; $16 = 2^4$

b Bij beide logschalen hoort de macht 3,5.

c Logschaal I geeft $10^{3{,}5} \approx 3162{,}3$ en logschaal II geeft $2^{3{,}5} \approx 11{,}3$.

d Lineaire: 0,25
Logschaal I: $10^{0{,}25} \approx 1{,}78$
Logschaal II: $2^{0{,}25} \approx 1{,}19$

bladzijde 217

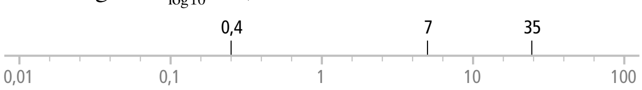
40a $b = 5^{1\frac{3}{5}} \approx 13{,}13$

b $c = 5^{4\frac{1}{5}} \approx 826{,}33$

41a

b $x = {}^{10}\log 35 = \frac{\log 35}{\log 10} \approx 1{,}54$

c,d



42a In cm worden de stapjes steeds kleiner op de verticale as.

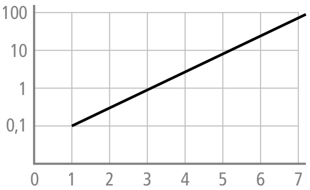
b Uit $a \cdot g^{60} = 400$ en $a \cdot g^{150} = 100$ volgt $\frac{a \cdot g^{60}}{a \cdot g^{150}} = \frac{400}{100} = 4$ maar ook $\frac{a \cdot g^{60}}{a \cdot g^{150}} = g^{-60}$ dus $g^{-90} = 4$ dus $g = 4^{-\frac{1}{90}} \approx 0,985$.

43a

t in uren	0	1	2	3	4	5	6
O in km²	0,12	0,36	1,08	3,24	9,72	29,16	87,48

b $0,12 \cdot 3^t = 10$ waarbij $3^t = \frac{10}{0,12}$ en $t = {}^3\log \frac{10}{0,12} \approx 4,03$ uren.

c,d $(1;0,36)$



e Ongeveer 0,07

bladzijde 218

44a $10^{0,5} \cdot 10^t = 8,3$ geeft $10^t = \frac{8,3}{10^{0,5}}$ dus is $t = {}^{10}\log \frac{8,3}{10^{0,5}} \approx 0,42$.

b $205 \cdot 1,065^t \cdot 1,065^{-1} = 1050$ geeft $1,065^t = \frac{1050}{205 \cdot 1,065^{-1}}$ dus is $t = {}^{1,065}\log \frac{1050}{205 \cdot 1,065^{-1}} \approx 26,94$.

c $2^6 = t - 3$ dus is $t = 2^6 + 3 = 67$.

d $5^2 \cdot 5^t = 4$ geeft $5^t = 0,16$ dus is $t = {}^5\log 0,16 \approx -1,14$.

e $t^4 = \frac{8}{5} = 1,6$ dus is $t = 1,6^{0,25} \approx 1,12$.

f ${}^{1,7}\log t = 3$ dus is $t = 1,7^3 \approx 4,91$.

45a In het jaar 1962.

b 1959: 3 rupsen; 1962: 20000 rupsen
Groeifactor g per jaar dus moet gelden $g^4 = \frac{20000}{3} \approx 6666$ en dus is $g \approx 6666^{0,25} \approx 9$.

c Exponentiële groei

46a $2^4 \cdot 2^{x-6} = 2^{\frac{1}{2}}$ geeft $2^{4+x-6} = 2^{\frac{1}{2}}$ en dus is $x = 2\frac{1}{2}$.

b $3^x = 5$ geeft $x = {}^3\log 5 \approx 1,46$

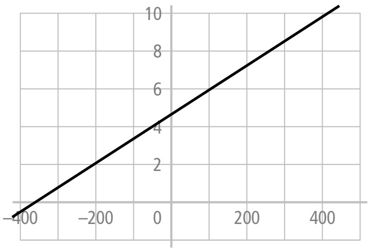
c ${}^2\log(4x+1) = 5$ geeft $4x + 1 = 2^5 = 32$ en dus is $x = \frac{31}{4} = 7,75$.

d ${}^4\log(2x \cdot 7) = {}^4\log 14x = 3$ geeft $14x = 4^3 = 64$ dus is $x = \frac{64}{14} \approx 4,57$.

e ${}^5\log\left(3^2(6x-4)\right) = {}^5\log(54x - 36) = 2$ geeft $54x - 36 = 5^2 = 25$ en dus is $x = \frac{61}{54} \approx 1,13$.

47a De toename van het energieverbruik per jaar wordt steeds groter. Voor alle jaren is de groeifactor ongeveer 1,028.

b



c Het geschatte energieverbruik in 2011 is ongeveer 58777.

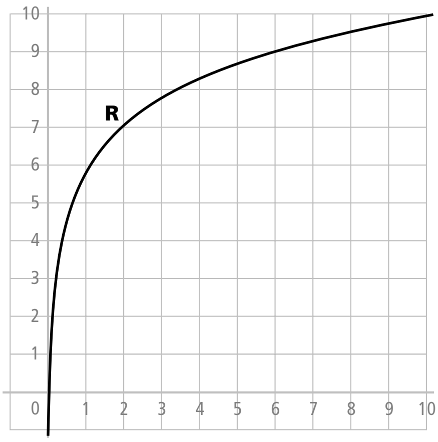
d De helling is ongeveer 1357 per jaar.

e Bij een exponentiële groei krijg je met een logaritmische schaalverdeling een rechte lijn.

bladzijde 219

48a $R = 1,8 \cdot \log 2 + 5,8 \approx 6,34$

b



Bij R = 3 is a ongeveer 0,03.

c $E = 1,5 \cdot 8 + 4,4 = 16,4$

d In Uden kwam $E = 1,5 \cdot 5 + 4,4 = 11,9$ GJ vrij en in Roermond kwam $E = 1,5 \cdot 5,8 + 4,4 = 13,1$ GJ vrij. In Roermond kwam $\frac{13,1}{11,9} \approx 1,1$ keer zo veel energie vrij.

f $1,5R + 4,4 = p \cdot \log a + q$ waarbij $R = 1,8 \cdot \log a + 5,8$ ingevuld kan worden, dit geeft $1,5\left(1,8 \cdot \log a + 5,8\right) + 4,4 = \left(2,7 \cdot \log a + 8,7\right) + 4,4 = 2,7 \cdot \log a + 13,1$ dus $p = 2,7$ en $q = 13,1$.

bladzijde 220

I-1a De lijn $y = 0$ is de horizontale asymptoot van de grafiek van *f.*
De lijn $x = 0$ is de verticale asymptoot van de grafiek van *h.*

b Het domein van f is $\mathbb{R}$, het domein van *h* is $\langle 0, \rightarrow \rangle$.
Het bereik van *f* is $\langle 0, \rightarrow \rangle$, het bereik van *h* is $\mathbb{R}$.
Wat opvalt is dat het domein van *f* en het bereik *g* gelijk zijn evenals het domein van *g* en het bereik van *f.*

c De grafiek van *f* snijdt de verticale as in $(0, 1)$.
De grafiek van *h* snijdt de horizontale as in $(1, 0)$.
d De grafieken zijn elkaars spiegelbeeld in de lijn $y = x$.
e Alle antwoorden blijven gelijk.

I-2a De lijn $y = 0$ is de horizontale asymptoot van de grafiek van *f*.
De lijn $x = 0$ is de verticale asymptoot van de grafiek van *h*.
Het domein van f is $\mathbb{R}$, het domein van *h* is $\langle 0, \rightarrow \rangle$.
Het bereik van *h* is $\langle 0, \rightarrow \rangle$, het bereik van *h* is $\mathbb{R}$.
Wat opvalt is dat het domein van *f* en het bereik *h* gelijk zijn evenals het domein van *h* en het bereik van *f*.
De grafiek van *f* snijdt de verticale as in $(0, 1)$.
De grafiek van *h* snijdt de horizontale as in $(1, 0)$.
De grafieken zijn elkaars spiegelbeeld in de lijn $y = x$.
b Nee, dit blijft hetzelfde.

I-3a Alle grafieken stijgen.
Het domein van de functies is $\langle 0, \rightarrow \rangle$, het bereik is $\mathbb{R}$.
De lijn $x = 0$ is de verticale asymptoot van de grafieken.
De grafieken snijden de *x*-as in (1,0).
b De grafiek wordt steeds steiler naarmate *g* steeds dichter bij 1 komt.
c Er is geen grafiek bij $g = 1$, omdat ${}^{1}\log x = y \Leftrightarrow 1^y = x$ alleen mogelijk is voor $x = 1$ en *y* dan onbepaald is.
d Het verschil is dat de grafieken nu dalen en bij opdracht a stijgen. De overeenkomsten zijn het domein, het bereik, de asymptoot en de snijpunten met de *x*-as.

bladzijde 221

I-4a De grafieken snijden elkaar in het punt (1,0).
b Ze zijn elkaars spiegelbeeld in de lijn $y = 0$.
c De grafieken komen steeds dichter bij elkaar te liggen naarmate *g* groter wordt.
d Blijven elkaars spiegelbeeld in *x*-as.

I-5a Ongeveer 0,125 atm.
b Iedere km wordt de druk ongeveer vermenigvuldigd met 0,885.
c $P(h) = 0,885^h$
d $h = {}^{0,885}\log P$
e $h = {}^{0,885}\log 0,51 \approx 5,51$ km

I-6a -
b Heel erg steil.
c Wanneer *g* kleiner is dan 1 wordt de tijd negatief. Dat kan niet.
d $t = {}^{1,6}\log 2 \approx 1,710$ jaar

bladzijde 224

T-1a $g = 1{,}07$

b $g = 1{,}07^{\frac{1}{12}} \approx 1{,}0057$

c $1{,}07^t = 2$ geeft $t = {}^{1{,}07}\log 2 \approx 10{,}24$ jaar.

T-2a $t = {}^{1{,}7}\log 8{,}3 = \frac{\log 8{,}3}{\log 1{,}7} \approx 3{,}99$

b ${}^{2}\log \frac{1}{2}$ en ${}^{2}\log \frac{1}{4}$

T-3a ${}^{3}\log 37 \approx 3{,}287$

b ${}^{0{,}2}\log 10 \approx -1{,}431$

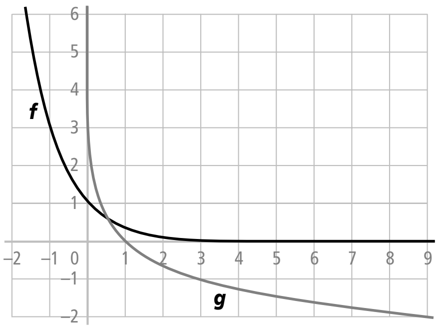
c $\log \sqrt{2} \approx 0{,}151$

d ${}^{2}\log 34 \approx 5{,}087$

e ${}^{2}\log 7 \approx 2{,}807$

f ${}^{3}\log 64 \approx 3.786$

T-4a



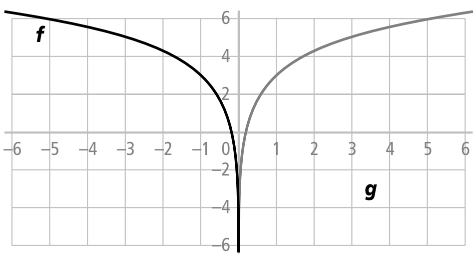
b Het domein van f is $\mathbb{R}$, het domein van g is $\langle 0, \rightarrow\rangle$.
Het bereik van f is $\langle 0, \rightarrow\rangle$, het bereik van g is $\mathbb{R}$.

c De lijn $y = 0$ is de horizontale asymptoot van de grafiek van *f*.
De lijn $x = 0$ is de verticale asymptoot van de grafiek van *g*.

d De coördinaten van het snijpunt zijn (0,55;0,55).

e Nee, bij de grafiek van *g* is er sprake van een toenemende daling.

T-5a



b Het domein is $\mathbb{R}$.

c $f(x) = {}^{3}\log 27x^2 = {}^{3}\log 27 + {}^{3}\log x^2 = 3 + {}^{3}\log x^2 = 3 + 2 \cdot {}^{3}\log x$

bladzijde 225

T-6a

t in jaren	0	1	2	3	4	5	6	7	8
O in km^2	6,31	11,22	18,95	35,48	63,10	100	158,49	251,19	316,23

b In de eerste 5 jaren wordt de oppervlakte steeds vermenigvuldigd met ongeveer 1,8.
c De grafiek is vrijwel een rechte lijn.
d $O(t) = 6,31 \cdot 1,8^t$
e De grootte van het meer is $10^{2,5} \approx 316$ km^2.

T-7a $g^{6,6} = 0,5$ geeft $g \approx 0,9$
b $0,9^t = 0,1$
c $0,9^t = 0,1 \Rightarrow t = {}^{0,9}\log 0,1 = \dfrac{\log 0,1}{\log 0,9} \approx 21,85$ jaar.
d $0,9^t = 0,01$ geeft $t = {}^{0,9}\log 0,01 \approx 43,7$ jaar.

T-8a $0,1N - 16 = {}^{10}\log I$ geeft $N = \frac{16 + {}^{10}\log I}{0,1} = 160 + 10 \cdot {}^{10}\log I = 160 + 10 \cdot \log I$
b De gehoorgrens: $N = 160 + \log\left(10^{-16}\right)^{10} = 0$ decibel.
De pijngrens: $N = 160 + \log\left(10^{-3}\right)^{10} = 130$ decibel.
Normale conversatie: $N = 160 + \log\left(3,16 \cdot 10^{-10}\right)^{10} \approx 65$ decibel.
c $I = 10^{0,1 \cdot 80 - 16} = 10^{-8}$ W/cm^2

T-9 Stel ${}^{1}\log x = y \Leftrightarrow 1^y = x$ Dit is alleen mogelijk voor $x = 1$ en y is dan onbepaald.
Dus is ${}^{1}\log x$ een zinloze uitdrukking.