Hoofdstuk 8 - Transformaties

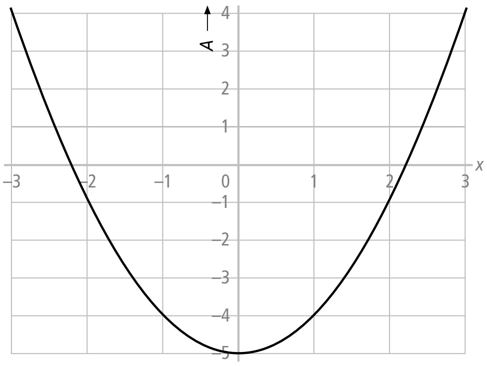
bladzijde 228

V-1a 1: $(0,2)$
2: $(0,0)$
3: $(2,0)$
4: $(-1,-3)$

b $1g; 2f; 3h; 4i$

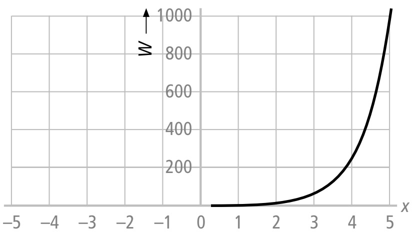
c $D_1 = [0, \rightarrow\rangle$; $B_1 = [2, \rightarrow\rangle$
$D_2 = [0, \rightarrow\rangle$; $B_2 = [0, \rightarrow\rangle$
$D_3 = [2, \rightarrow\rangle$; $B_3 = [0, \rightarrow\rangle$
$D_4 = [-1, \rightarrow\rangle$; $B_4 = [-3, \rightarrow\rangle$

V-2a



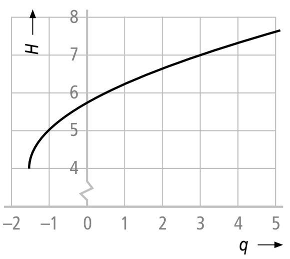
Je kunt voor x alle waarden invullen, het domein is dus $\mathbb{R}$.
Voor alle waarden van x geldt: $x^2 \geq 0$, dus $x^2 - 5 \geq -5$. Het bereik is dus $[-5, \rightarrow\rangle$.

b



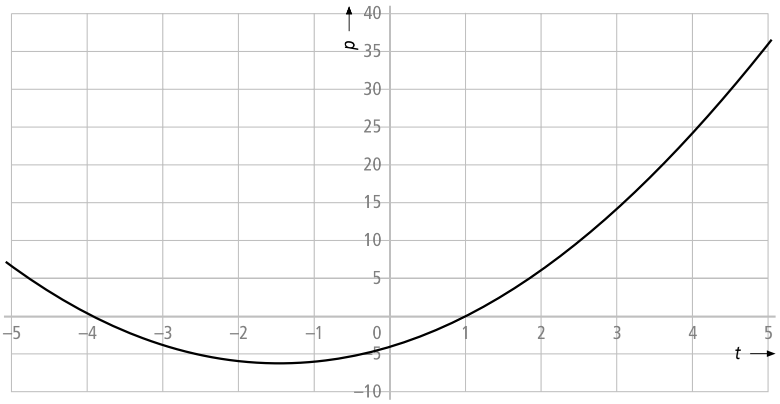
Je kunt voor x alle waarden invullen, het domein is dus $\mathbb{R}$.
Voor alle waarden van x geldt: $4^x > 0$, dus het bereik is $\langle 0, \rightarrow\rangle$.

c



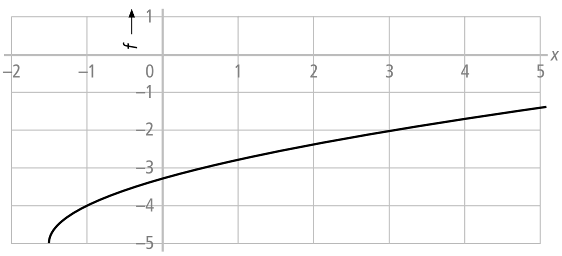
Randpunt: $2q + 3 = 0$; $q = -1{,}5$; $H(-1{,}5) = 4$. Dus het domein is $[-1\frac{1}{2}, \rightarrow\rangle$ en het bereik is $[4, \rightarrow\rangle$

d

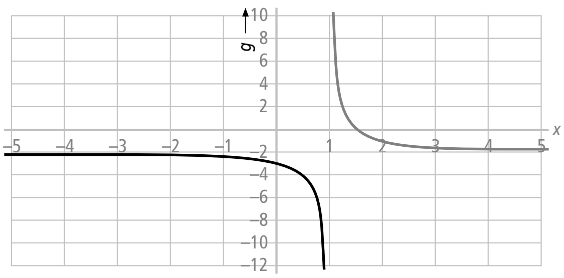


Je kunt voor x alle waarden invullen, het domein is dus $\mathbb{R}$.
De top is $(–1{,}5;\ –6{,}25)$, dus het bereik is $\left[-6{,}25; \rightarrow\right\rangle$.

V-3a



$f(x)=\sqrt{2x+3}-5$



$g(x)=\dfrac{x}{x-1}-3$

b $D_f=\left[-1\tfrac{1}{2}, \rightarrow\right\rangle$; $B_f=\left[-5, \rightarrow\right\rangle$
$D_g=\left\langle \leftarrow, 1\right\rangle$ of $\left\langle 1, \rightarrow\right\rangle$; $B_g=\left\langle \leftarrow, -2\right\rangle$ of $\left\langle -2, \rightarrow\right\rangle$

c Functie f heeft randpunt $(–1{,}5;\ –5)$.

d Horizontale asymptoot: $y=-2$. Verticale asymptoot: $x=1$.

bladzijde 229

V-4a $n=-1$: $f(x)=\dfrac{1}{x}$
$n=\tfrac{1}{2}$: $f(x)=\sqrt{x}$
$n=1$: $f(x)=x$
$n=2$: $f(x)=x^2$
$n=3$: $f(x)=x^3$

b Top $(0,0)$, domein $\mathbb{R}$ en bereik $\left[0, \rightarrow\right\rangle$.

c Buigpunt $(0,0)$, domein $\mathbb{R}$ en bereik $\mathbb{R}$.

d Voor elke waarde van n ligt $(1,1)$ op de grafiek van f, want $1^n = 1$. Voor elke positieve waarde van n ligt ook $(0,0)$ op de grafiek van f, want $0^n = 0$ voor $n > 0$ (bij $n = 0$ is f altijd gelijk aan 1 en bij $n < 0$ mag je 0 niet invullen, omdat je dan door 0 deelt).

V-5a Alle positieve waarden uitgezonderd 1.
b Voor $g > 1$.
c Dezelfde asymptoot en hetzelfde domein en bereik als de grafiek van f met $g > 1$ (dus verticale asymptoot $x = 0$, domein $\langle 0, \rightarrow \rangle$ en bereik $\mathbb{R}$), maar dan in een dalende grafiek.

bladzijde 230

1a s: grafiek 3; v: grafiek 1.
b De grafiek van s is 6 omhoog geschoven en dan ontstaat de grafiek van v.
c Grafiek 2 is 2 omhoog geschoven, grafiek 4 is 2 omlaag geschoven.
d Grafiek 2: $t(x) = x^2 + 2$; grafiek 4: $u(x) = x^2 - 2$
e De top van de grafiek van s is $(0,0)$ en die van de grafiek van f is $(0,12)$, dus de grafiek van f is 12 omhoog geschoven ten opzichte van de grafiek van s: $d = 12$.

2a $f(x) = \dfrac{1}{x}$
b De grafiek is 2 omhoog geschoven.
c $g(x) = \dfrac{1}{x} + 2$
d Grafiek 2: standaardfunctie $f(x) = 2^x$, 1 omlaag geschoven, dus het functievoorschrift wordt $g(x) = 2^x - 1$.
Grafiek 3: standaardfunctie $f(x) = \sqrt{x}$; $1\frac{1}{2}$ omhoog geschoven, dus het functievoorschrift wordt $g(x) = \sqrt{x} + 1\frac{1}{2}$.

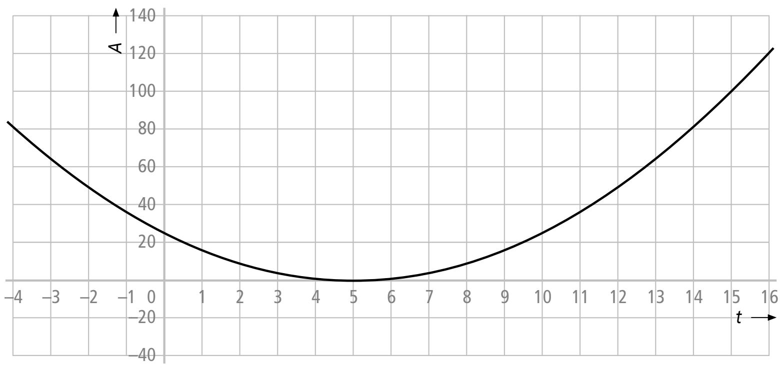
bladzijde 231

3a Grafiek 2
b $f(x) = \sqrt{x}$
c De grafiek is 2 naar rechts verschoven.
d $D = [2, \rightarrow \rangle$
e $D_h = [2, \rightarrow \rangle$; $D_g = [-2, \rightarrow \rangle$
f $h(x) = \sqrt{x-2}$
g Grafiek 1: $k(x) = \sqrt{x+3}$; grafiek 4: $l(x) = \sqrt{x-5}$

4a A $g(x) = (x-2)^2$
B $g(x) = {}^2\log(x-2)$
C $g(x) = (x-2)^3 + 1$
D $g(x) = \dfrac{2}{x-2}$
E $g(x) = \dfrac{1}{x+3-2} = \dfrac{1}{x+1}$

b A $g(x)=(x+3)^2$
B $g(x)={}^2\log(x+3)$
C $g(x)=(x+3)^3+1$
D $g(x)=\dfrac{2}{x+3}$
E $g(x)=\dfrac{1}{x+3+3}=\dfrac{1}{x+6}$

c $x^2-10x+25=(x-5)^2$, dus de grafiek is de grafiek van de standaardfunctie $f(x)=x^2$ en dan 5 naar rechts verschoven.



bladzijde 232

5a $f(x)=\dfrac{1}{x}$

b Horizontale asymptoot standaardgrafiek: $y=0$.
Verticale asymptoot standaardgrafiek: $x=0$.
Horizontale asymptoot grafiek van *f*: $y=5$.
Verticale asymptoot grafiek van *f*: $x=-3$.

c De grafiek is 5 omhoog en 3 naar links verschoven.

6a De grafiek is 2 naar links verschoven.

b $g(x)=\sqrt{x+2}$

c De grafiek is 3 omlaag verschoven.

d $h(x)=\sqrt{x+2}-3$

bladzijde 233

7a 2 naar rechts en 3 omlaag.

b $f(x)=(x-2)^2-3$

c Grafiek 2: $g(x)=\sqrt{x+3}-1$
Grafiek 3: $h(x)=\dfrac{1}{x-2}+3$

8a De grafiek heeft een verticale asymptoot bij $y=0$ en snijdt de *x*-as bij $x=1$.

b De verticale asymptoot van de grafiek van B is $y=-1$ en de grafiek van B snijdt de *x*-as bij $x=0$.

c De grafiek is 3 omhoog verschoven.

d $h(x)=3+{}^2\log(x+1)$

e De grafiek is 17 naar rechts en 25 omhoog verschoven.

f Tel bij de uiterste waarden van de assen die gebruikt worden bij de standaardgrafiek (zie opgave) 17 bij de x-waarden en 25 bij de y-waarden op en je krijgt: xmin = 15, xmax = 28, ymin = 21, ymax = 31.

9a De verticale verschuiving van 3 omhoog.

b $g(x) = \frac{2}{3}x - 2 + 3 = \frac{2}{3}x + 1$

c De horizontale verschuiving van 4,5 naar links.

d $g(x) = \frac{2}{3}(x + 4{,}5) - 2$

e $g(x) = \frac{2}{3}(x + 4{,}5) - 2 = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \cdot 4{,}5 - 2 = \frac{2}{3}x + 1$, dus de functievoorschriften zijn gelijk.

10a De broer zet € 100,- op zijn rekening, dus het begingetal is 100. De rente is hetzelfde, dus de groeifactor is 1,02. De tijd is 5 jaar opgeschoven, dus in plaats van t als exponent komt er $t - 5$. De formule wordt $S = 100 \cdot 1{,}02^{t-5}$.

b Vanaf $t = 5$ (dat is dus 5 jaar na 1 juli 2003), want daarvoor heeft de broer van Suzy nog geen geld op zijn rekening staan.

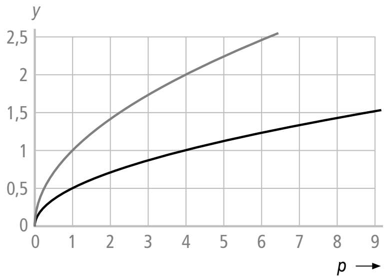
bladzijde 234

11a $f(4) = 2$, $g(4) = 6$. De afstand van het punt op de grafiek van g ligt drie keer zo ver van de horizontale as af als het punt op de grafiek van f.

b $f(16) = 4$, $g(16) = 12$. De afstand van het punt op de grafiek van g ligt drie keer zo ver van de horizontale as af als het punt op de grafiek van f.

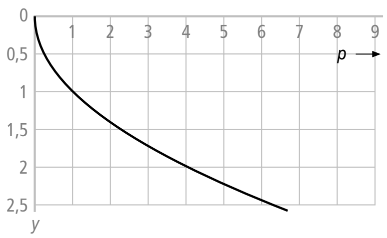
c Alle punten op de grafiek van g liggen drie keer zo ver van de horizontale as af als de punten op de grafiek van f met dezelfde p-coördinaat.

d



De punten op de grafiek van h liggen twee keer zo dichtbij de horizontale as als de punten op de grafiek van f.

e

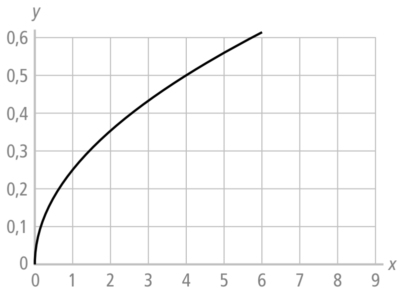


De grafiek van k is ontstaan door de grafiek van f te spiegelen in de horizontale as.

12 $h(x) = 3x^2$

13 $g(x) = 0,25\sqrt{x}$

x	0	1	2	3	4	5	6
g	0	0,25	0,35355	0,43301	0,5	0,55902	0,61237



bladzijde 235

14a $f(2) = 2^3 = 8$

b Met factor $\frac{20}{8} = 2\frac{1}{2}$.

c $g(x) = 2\frac{1}{2}x^3$

d $f(3) = 3^3 = 27$; factor $\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$; $g(x) = \frac{2}{3}x^3$

15a $f(2) = {}^2\log 2 = 1$, $h(2) = 4$, dus de waarde van h in $x = 2$ is 4 keer zo groot.

b $h(x) = 4 \cdot {}^2\log x$

c

x	1	2	3	4
helling f	1,4427	0,7214	0,4809	0,3607
helling h	5,7708	2,8854	1,9236	1,4427

d De helling van de grafiek van h is 4 keer zo groot als de helling van de grafiek van *f*.

16a

x	A	B
0	1	3
1	2	6
2	4	12
3	8	24
4	16	48
5	32	96

b De hoeveelheid bacteriën van soort B is 3 keer zo groot als de hoeveelheid bacteriën van soort A.

c $A(5) = 32$; $A(5,001) \approx 32,0222$; $\frac{A(5) - A(5,001)}{5 - 5,001} \approx \frac{0,0222}{0,001} = 22,2$.

Dus soort A neemt met ongeveer 22 milligram per uur toe op $t = 5$.

d $B(5) = 96$; $B(5,001) \approx 96,0666$; $\frac{B(5) - B(5,001)}{5 - 5,001} \approx \frac{0,0666}{0,001} = 66,6$.

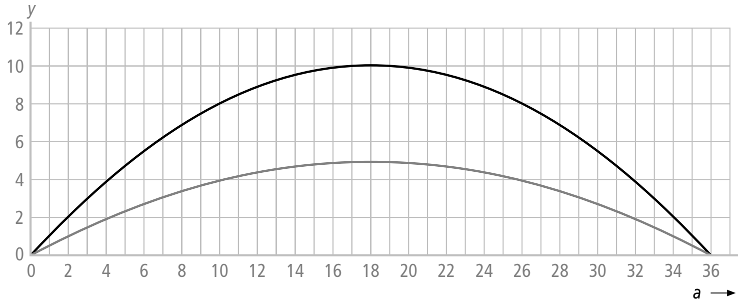
Dus soort B neemt met ongeveer 66 milligram per uur toe op $t = 5$.

e Soort B neemt $\frac{66}{22} = 3$ keer sneller toe dan soort A.

17 I: Goed
II: Fout, want de hele functie wordt uitgerekt met factor 2, dus alle termen moeten met 2 vermenigvuldigd worden.
III: Goed

18a De bal komt twee keer zo hoog en begint en eindigt op dezelfde plek. Dat betekent dat de functie die bij het schoppen van de bal door Ronald hoort met factor 2 uitgerekt moet worden om de functie die bij het schoppen van de bal door Frank hoort te krijgen.
Dus $F(a) = 2 \cdot h(a) = 2(-\frac{5}{324}a^2 + \frac{5}{9}a) = -\frac{5}{162}a^2 + 1\frac{1}{9}a$.

b



Instellingen: xmin = 0, xmax = 37, ymin = 0, ymax = 12

c Met CALC maximum vind je als maximale hoogte van de bal die Frank schopt 10 meter.

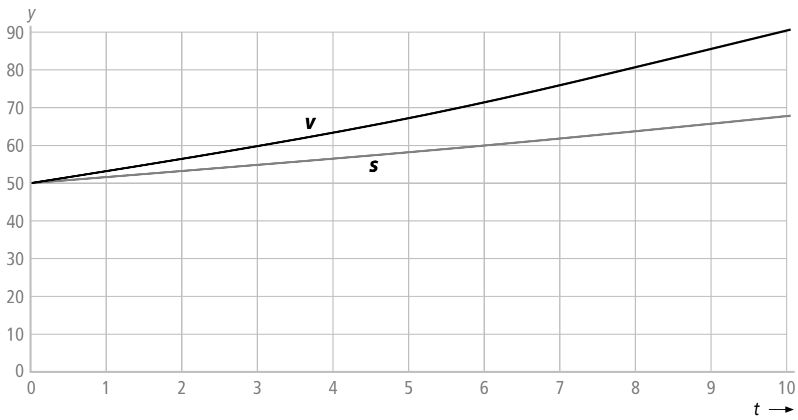
bladzijde 236

19a Met $Y1 = 50 \cdot 1{,}03^t$ en TABLE vind je

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S	50	51,5	53,045	54,636	56,275	57,964	59,703	61,494	63,339	65,239	67,196

b De neef heeft 50 euro op een rekening gezet, dus het begingetal is 50. De rente is 3%, dus groeifactor 1,03. De rente is per half jaar, dus in één jaar krijg je 2 keer rente. Daarom $2t$ als exponent.

c



d S is bij $t = 6{,}17$ gelijk aan 60. V is bij $t = 3{,}08$ gelijk aan 60.

e De neef van Aisha zal twee keer zo snel voldoende saldo hebben om een iPod aan te schaffen.

20a $f(x) = \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$; $g(x) = \sqrt{\frac{1}{3}x} = 2 \Rightarrow x = 12$
Het punt op de grafiek van g ligt drie keer zo ver van de y-as als het punt op de grafiek van f.

b $f(x) = \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$; $g(x) = \sqrt{\frac{1}{3}x} = 4 \Rightarrow x = 48$
Het punt op de grafiek van g ligt drie keer zo ver van de y-as als het punt op de grafiek van f.

c De punten op de grafiek van g liggen drie keer zo ver van de y-as als de punten op de grafiek van f met dezelfde y-coördinaat.

21a De punten op de grafiek van g zijn niet met een vaste factor vermenigvuldigd ten opzichte van de punten op de grafiek van f bij een vaste x- coördinaat.

b $f(x) = 16 \Rightarrow x = 4$
$g(x) = 16 \Rightarrow x = 1$

c $f(x) = 4 \Rightarrow x = 2$
$g(x) = 4 \Rightarrow x = 0{,}5$

d 1: $g(2) = f(8)$ en 3: $g(x) = f(4x)$ zijn juist.

e 4: $g(x) = 2^{4x}$, want de grafiek van g is ontstaan door de grafiek van f horizontaal in te krimpen met factor 4.

bladzijde 237

22a $W(t) = A(\frac{1}{3}t) = (\frac{1}{3}t)^2 = \frac{1}{9}t^2$

b $B(t) = A(\frac{1}{0{,}5}t) = A(2t) = (2t)^2 = 4t^2$

23a Plot de grafiek op de rekenmachine. Met TRACE vind je dat na ongeveer 21 dagen de hoeveelheid draaggas 900 m³ is.

b Twee keer zo snel als ballon A, dus na $\frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}$ dag.

c De beginhoeveelheid is 1000, dus het begingetal is 1000. Verder verliest ballon B twee keer zo snel zijn draaggas als ballon A, dus in plaats van $0{,}995^t$ komt er $0{,}995^{2t}$.

d $C(t) = 1000 \cdot 0{,}995^{3t}$

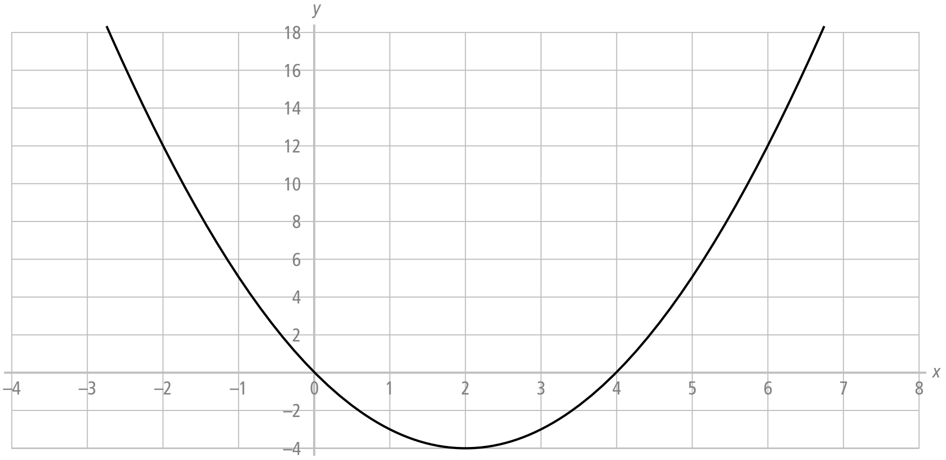
e t wordt dan vervangen door $7w$.

bladzijde 238

24a De grafiek van f is drie keer horizontaal ingekrompen en daardoor is de grafiek van g ontstaan.

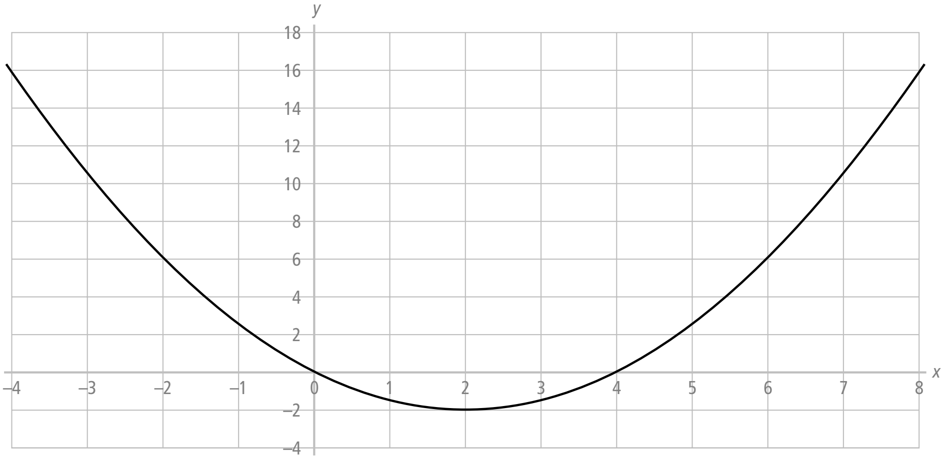
b De grafiek van g is 4 naar rechts en 2 omhoog geschoven en daardoor is de grafiek van h ontstaan.

c



$k(x) = (x-2)^2 - 4$

d

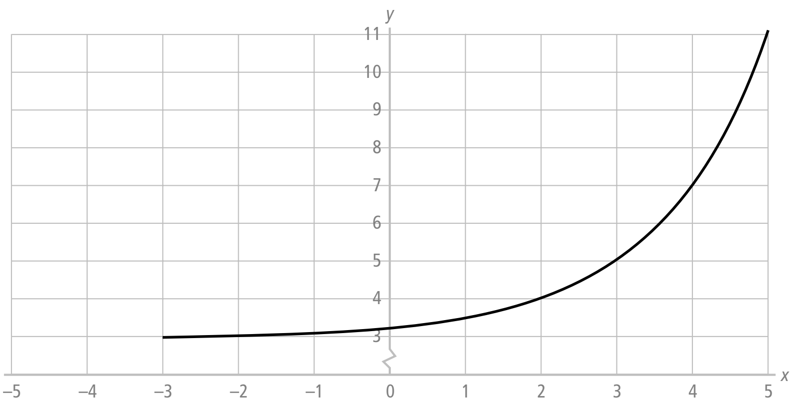


$l(x) = \frac{1}{2}((x-2)^2 - 4) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

25a Twee naar rechts verschuiven betekent $x-2$ in plaats van x invullen. Drie omhoog betekent 3 bij het voorschrift optellen.

b Een kwart inkrimpen in de verticale richting: $f(x)$ wordt $\frac{1}{4}f(x)$. Drie omhoog schuiven: $\frac{1}{4}f(x)$ wordt $\frac{1}{4}f(x)+3$. Dus het functievoorschrift bij de grafiek van Christa is $h(x) = 3 + \frac{1}{4} \cdot 2^x$.

c



Instellingen: xmin = –5, xmax = 5, ymin = 0, ymax = 12.
De grafieken blijken aan elkaar gelijk te zijn.

d $g(x) = 3 + 2^{x-2} = 3 + 2^x \cdot 2^{-2} = 3 + 2^x \cdot \dfrac{1}{2^2} = 3 + \frac{1}{4} \cdot 2^x = h(x)$

26a Uit de standaardfunctie $f(x)=\frac{1}{x}$.

b De lijn $y=0$ is de horizontale asymptoot en de lijn $x=3$ is de verticale asymptoot.

c Het punt (4; 2,5).

d $f(x)=2{,}5\cdot\frac{1}{x-3}$

bladzijde 239

27 1: De grafiek is ontstaan uit de grafiek van de standaardfunctie $h(x)=x^2$. De top is $(4,0)$, dus er is sprake van een verschuiving van 3 naar rechts. Tussenvorm: $g(x)=(x-4)^2$. Zonder verticale uitrekking of inkrimping zou de grafiek door $(2,4)$ en $(3,1)$ zijn gegaan. In plaats daarvan gaat de grafiek door $(2,2)$ en (3; 0,5), dus de grafiek is verticaal gekrompen met factor $\frac{1}{2}$. Het uiteindelijke functievoorschrift wordt $f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2$.
2: De grafiek is ontstaan uit de grafiek van de standaardfunctie $h(x)=\sqrt{x}$. Deze is eerst verticaal uitgerekt met factor 2. Tussenvorm: $g(x)=2\sqrt{x}$. Vervolgens is de grafiek 3 naar links en 1 omlaag verschoven. Het uiteindelijke functievoorschrift wordt dus $f(x)=2\sqrt{x+3}-1$.

28a Het begingetal is 100, de groeifactor 2,25 per drie uur, dus $O(t)=100\cdot 2{,}25^{\frac{1}{3}t}$.

b Dan wordt de grafiek horizontaal ingekrompen met factor 24.

c De tijd is verschoven met $3\frac{1}{2}$ uur naar links (= vroeger), dus t wordt vervangen door $t+3{,}5$. Het functievoorschrift wordt dan $O(t)=100\cdot 2{,}25^{\frac{1}{3}(t+3{,}5)}$.

bladzijde 240

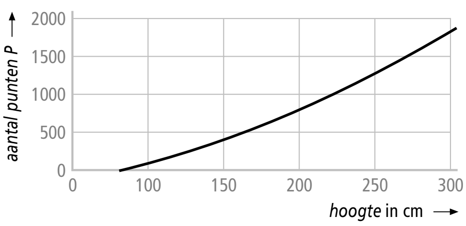
29a $D_s=[0,\rightarrow\rangle$; $B_s=[0,\rightarrow\rangle$
$D_k=[0,\rightarrow\rangle$; $B_k=\langle\leftarrow,2]$
$D_m=[1\frac{1}{2},\rightarrow\rangle$; $B_m=[0,\rightarrow\rangle$
$D_p=\langle\leftarrow,3]$; $B_p=[0,\rightarrow\rangle$

b k: s is eerst gespiegeld in de x-as en vervolgens 2 omhoog verschoven.
m: s is eerst 1,5 naar rechts verschoven en vervolgens verticaal uitgerekt met factor 4.
p: s is eerst gespiegeld in de y-as en vervolgens 3 naar rechts verschoven.

c k: de grafiek daalt, het randpunt is $(0,2)$ in plaats van $(0,0)$.
m: de grafiek stijgt sneller dan de grafiek van s, het randpunt is (1,5; 0) in plaats van $(0,0)$.
p: de grafiek loopt naar links, het randpunt is $(3,0)$ in plaats van $(0,0)$.

d $s(x)=\sqrt{-x}$; $k(x)=2-\sqrt{-x}$; $m(x)=4\sqrt{-x-1{,}5}$; $p(x)=\sqrt{3+x}$
De grafieken worden gespiegeld in de y-as.

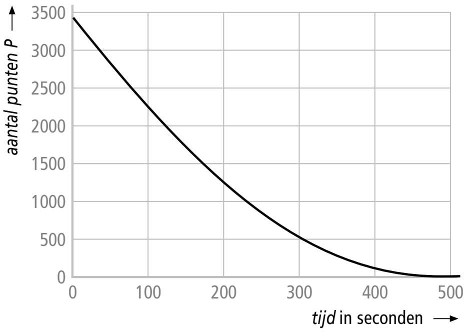
30a



Instellingen: xmin = 70; xmax = 300; ymin = 0; ymax = 2000.

b Het betekent dat hoe hoger je springt, hoe sneller je puntentotaal toeneemt.

c



Bij $t = 480$ stopt de grafiek (het domein is $[0, 480]$), dus je mag niet langer dan 480 seconden over de 1500 meter hardlopen doen.

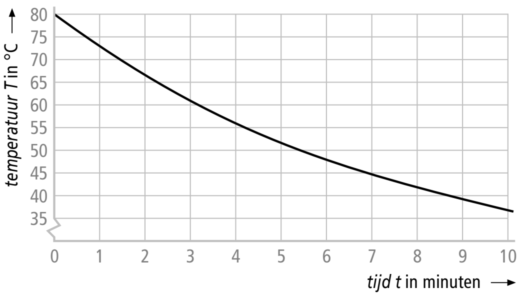
d Hoe langer je over de 1500 meter doet, hoe langzamer je puntentotaal afneemt.

e Het puntentotaal voor een sprong van 2,05 meter is $P_{hoog}(205) \approx 850$; het puntentotaal voor een 1500 meter in 4,5 minuut is $P_{1500}(270) \approx 745$. Zonder de verschillende vermenigvuldigingsfactoren zouden de puntentotalen voor een goede sprong en een goede 1500 meter niet ongeveer even groot en dus goed vergelijkbaar zijn.

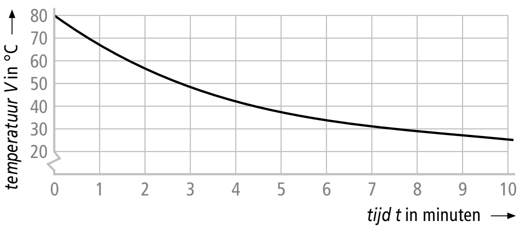
bladzijde 241

31a xmin = 0; xmax = 10; ymin = 35; ymax = 80.

b



c



De grafiek is horizontaal gekrompen met factor 2. Immers op elk tijdstip t geldt $V(0{,}5t) = T(t)$ (bijvoorbeeld $V(1) \approx 66{,}57 \approx T(2)$ en $V(3) \approx 48{,}06 \approx T(6)$). Dus volgens $V(t)$ koelt de koffie twee keer sneller af dan volgens $T(t)$.

32a De concentratie in het begin is $C(0) = 10$ mg/liter en de concentratie na 8 uur is $C(8) \approx 1{,}68$ mg/liter.

b De concentratie was nog 1,68 mg/liter van de eerste injectie. Van de tweede injectie komt er 10 mg/liter bij, dus in totaal is de concentratie 11,68 mg/liter.

c Op $t = 16$ wordt de derde injectie gegeven, dus voor $16 < t < 24$ geldt $C = 10 \cdot 0,8^t + 10 \cdot 0,8^{t-8} + 10 \cdot 0,8^{t-16}$.

d De concentratie wordt steeds groter, want bij elke nieuwe injectie is de resterende concentratie steeds groter.

e Na 8 uur is de concentratie 1,68, dus er moet nog $10 - 1,68 = 8,32$ mg/liter ingespoten worden.

f Er mag dus nog maximaal 1 mg/liter over zijn om met een nieuwe injectie niet de 10 mg/liter te overschrijden. De vergelijking $10 \cdot 0,8^t = 1$ heeft als oplossing $t \approx 10,3$; dus er moet 10,3 uur tussen de injecties zitten.

33a Een lineaire grafiek op logaritmische schaal hoort bij een exponentiële functie. De groeifactor is in dit geval 2, want de grafiek gaat door (0, 1) en (2, 4).

b Op een logaritmische schaal kun je een verticale translatie niet aflezen.

c De horizontale schaal is niet logaritmisch, maar lineair.

d Een horizontale verschuiving van 3 naar rechts betekent x vervangen door $x - 3$, dus $g(x) = 2^{x-3}$.

e Punt (4, 16) ligt op grafiek 1, punt (4, 2) ligt op grafiek 2, dus grafiek 2 is een verticale vermenigvuldiging van grafiek 1 met factor $\frac{1}{8}$.

f $g(x) = 2^{x-3} = 2^x \cdot 2^{-3} = 2^x \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \cdot f(x)$, dus de beide functievoorschriften zijn hetzelfde.

bladzijde 242

I-1a $y = x^2 + 2$

b $y = x^2 - 3$

c 17 omhoog: $y = x^2 + 17$. 114 omlaag: $y = x^2 - 114$.

d $y = x^2 - 1$

e De top van de grafiek van s is (0, 0) en die van de grafiek van f is (0, 12), dus de grafiek van f is 12 omhoog geschoven ten opzichte van de grafiek van s: $d = 12$.

I-2 De computer geeft aan of het antwoord juist is.

bladzijde 243

I-3a $(x-2)^2 = (x-2) \cdot (x-2) = x^2 - 4x + 4$

b Top standaardparabool: (0, 0)
Top nieuwe parabool: (2, 0)

c Top nieuwe parabool: (–3, 0)

I-4a Grafiek 2

b $f(x) = \sqrt{x}$

c De grafiek is 2 naar rechts verschoven.

d $D = [2, \rightarrow\rangle$

e $D_h = [2, \rightarrow\rangle$, $D_g = [-2, \rightarrow\rangle$

f $h(x) = \sqrt{x-2}$

g Grafiek 1: $k(x) = \sqrt{x+3}$, grafiek 4: $l(x) = \sqrt{x-5}$

I-5 De computer geeft aan of het antwoord juist is.

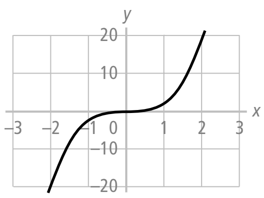
I-6a $y=(x-3)^2+2$
b $y=(x+10)^2-8$

bladzijde 244

I-7a $y=2x^2$
b $y=-3x^2$
c De y-coördinaat van het punt met $x=1$ bepaalt de factor voor x^2. Dus van $(1, 1)$ naar $(1, 15)$ wordt de nieuwe formule $y=15x^2$ en van $(1, 1)$ naar $(1, -20)$ wordt de nieuwe formule $y=-20x^2$.

I-8a Voor $a=1$ geldt $f(1)=1$, voor $a=3$ geldt $f(1)=3$.
b Voor $a=1$ geldt $f(4)=2$, voor $a=3$ geldt $f(4)=6$.
c De grafiek ligt lager dan die van $y=\sqrt{x}$.
d Voor $a<0$ wordt de grafiek negatief en dalend. Als $a=-1$ is de grafiek gelijk aan de grafiek voor $a=1$, maar dan gespiegeld in de horizontale as.

I-9a $f(2)=2^3=8$
b Met factor $\frac{20}{8}=2\frac{1}{2}$.
c $f(x)=2\frac{1}{2}x^3$



d $f(3)=3^3=27$; $\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$; $f(x)=\frac{2}{3}x^3$

I-10 De computer geeft aan of het antwoord juist is.

bladzijde 245

I-11a De neef heeft 50 euro op een rekening gezet, dus het begingetal is 50. De rente is 3%, dus de groeifactor 1,03. De rente is per half jaar, dus in één jaar krijg je 2 keer rente. Daarom $2t$ als exponent.

b

t	0	1	2	3	4	5
S	50	51,5	53,045	54,636	56,275	57,964

6	7	8	9	10
59,703	61,494	63,339	65,239	67,196

c S is bij $t=6{,}17$ gelijk aan 60. V is bij $t=3{,}08$ gelijk aan 60.
d De neef van Aisha zal twee keer zo snel voldoende saldo hebben om een iPod aan te schaffen.

I-12a $f(x) = \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$

$g(x) = \sqrt{\tfrac{1}{3}x} = 1 \Rightarrow x = 3$

Het punt op de grafiek van g ligt drie keer zo ver van de y-as als het punt op de grafiek van f.

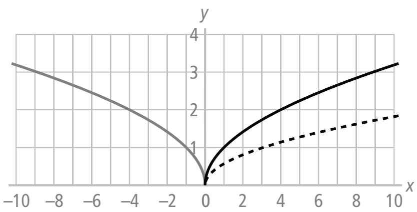
b $f(x) = \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$

$g(x) = \sqrt{\tfrac{1}{3}x} = 4 \Rightarrow x = 48$

Het punt op de grafiek van g ligt drie keer zo ver van de y-as als het punt op de grafiek van f.

c De punten op de grafiek van g liggen drie keer zo ver van de y-as als de punten op de grafiek van f met dezelfde y-coördinaat.

d



De grafiek van h is ontstaan door de grafiek van f te spiegelen in de verticale as.

I-13a $y = \tfrac{1}{4}x^2$

b $y = \tfrac{1}{16}x^2$

c Vervang de x in $f(x) = x^2$ door $\dfrac{1}{a}x$, waarbij a de x-coördinaat van het versleepte rode punt is (dus bij opdracht a geldt $a = 2$ en bij opdracht b geldt $a = 4$). De formule van de nieuwe parabool wordt dan $g(x) = f(\dfrac{1}{a}x) = (\dfrac{1}{a}x)^2 = \dfrac{1}{a^2}x^2$.

I-14 De computer geeft aan of het antwoord juist is.

bladzijde 248

T1-a 1: $f(x) = x^2$

2: $f(x) = 2^x$

3: $f(x) = \sqrt{x}$

b 1: De grafiek van f is 1 naar rechts verschoven.

2: De grafiek van f is 3 omhoog geschoven.

3: De grafiek van f is 3 naar links verschoven.

c 1: $g(x) = (x-1)^2$

2: $f(x) = 2^x + 3$

3: $f(x) = \sqrt{x+1}$

T-2a Het punt gaat eerst van $(0, 0)$ naar $(-4, 0)$ en vervolgens naar $(-4, -2)$.

b In het punt $(-2, 6)$.

c $g(x) = (x+4)^3 - 2$.

d $g(-4) = (-4+4)^3 - 2 = -2$; $g(-2) = (-2+4)^3 - 2 = 6$, dus het klopt.

T-3a De grafiek van de standaardfunctie gaat door het punt $(3,8)$, dus de nieuwe grafiek is met factor $\frac{12}{8} = 1\frac{1}{2}$ verticaal uitgerekt. Het functievoorschrift van de nieuwe grafiek wordt dan $g(x) = 1\frac{1}{2} \cdot 2^x$.

b De grafiek van de standaardfunctie gaat door het punt $(4,16)$, dus de nieuwe grafiek is met factor $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ verticaal uitgerekt. Het functievoorschrift van de nieuwe grafiek wordt dan $g(x) = \frac{1}{4} \cdot 2^x$.

c De grafiek van de standaardfunctie gaat door het punt $(2,4)$, dus de nieuwe grafiek is met factor $\frac{4}{-4} = -1$ verticaal uitgerekt (oftewel de grafiek is in de x-as gespiegeld). Het functievoorschrift van de beeldgrafiek is $g(x) = -2^x$.

T-4a Er is sprake van horizontale inkrimping, want de grafiek van f ligt dichterbij de y-as dan de grafiek van de standaardfunctie $s(x) = \sqrt{x}$.

b Met het getal 16.

c Kijk naar het punt op de grafiek van de standaardfunctie s met dezelfde y-coördinaat als het punt $(6,2)$ op de grafiek van g. Dit is het punt $(4,2)$, dus de grafiek van g is ontstaan door een horizontale uitrekking met factor $a = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$. Het functievoorschrift van g wordt dan $g(x) = s(\frac{1}{a}x) = \sqrt{\frac{1}{a}x} = \sqrt{\frac{2}{3}x}$.

bladzijde 249

T-5 1: De grafiek is ontstaan uit de standaardfunctie $h(x) = \dfrac{1}{x}$. De verticale asymptoot is $x = -3$, dus de grafiek is 3 naar links verschoven. De horizontale asymptoot is $y = 0$, dus er heeft geen verticale translatie plaatsgevonden. Tussenvorm: $g(x) = \dfrac{1}{x+3}$. Zonder verticale uitrekking zou de verschoven standaardgrafiek door $(-1, \frac{1}{2})$ zijn gegaan, terwijl de grafiek nu door $(-1,1)$ gaat. De grafiek is dus met factor 2 verticaal uitgerekt. Het uiteindelijke functievoorschrift is $f(x) = \dfrac{2}{x+3}$.

2: De grafiek is ontstaan uit de standaardfunctie $h(x) = \sqrt{x}$. De grafiek is verticaal uitgerekt met factor 4. Tussenvorm $g(x) = 4\sqrt{x}$. Het randpunt is $(-2,0)$ in plaats $(0,0)$, dus de grafiek is 2 omlaag geschoven. Het uiteindelijke functievoorschrift is $f(x) = 4\sqrt{x} - 2$.

3: De grafiek is ontstaan uit de standaardfunctie $h(x) = {}^2\log x$. De verticale asymptoot is $x = -1$, dus de grafiek is 1 naar links verschoven. Tussenvorm $g(x) = {}^2\log(x+1)$. Zonder verticale inkrimping zou de grafiek nu door $(3,2)$ zijn gegaan, terwijl de grafiek door $(3,1)$ gaat. De grafiek is dus met factor $\frac{1}{2}$ verticaal ingekrompen. Het uiteindelijke functievoorschrift is $f(x) = \frac{1}{2} \cdot {}^2\log(x+1)$.

T-6a $A(45) \approx 2942{,}8$; $A(14{,}5) \approx 827{,}9$; $B(45) \approx 764{,}0$; $B(14{,}5) \approx 188{,}0$. Bij de twee puntentotalen die bij elkaar in de buurt liggen, is in A 14,5 ingevuld en in B 45 ingevuld, dus A hoort bij kogelstoten en B bij speerwerpen.

b Plot de grafiek van $Y1 = 15{,}9803 \cdot (d - 3{,}80)^{1{,}04}$ en vind met TRACE dat bij $d \approx 47$ de speerworp 800 punten oplevert. Je kunt ook de vergelijking $15{,}9803 \cdot (d - 3{,}80)^{1{,}04} = 800$ oplossen: $(d - 3{,}80)^{1{,}04} = \dfrac{800}{15{,}9803}$ en dus $d - 3{,}80 = 43{,}07$ en tenslotte $d \approx 46{,}87$. Dus je moet minstens 47 meter gooien.

c Het getal 15,9803: neem $d = 45$ in $(d - 3{,}80)^{1{,}04} \approx 47{,}80718$. Om hier 800 van te maken moet je nog met 16,7339 vermenigvuldigen. Dit getal komt dus in plaats van 15,9803 en de formule voor B wordt $B = 16{,}7339 \cdot (d - 3{,}80)^{1{,}04}$.

Het getal 3,80: in opdracht b heb je berekend dat je 46,87 meter moest gooien om 800 punten te halen. De grafiek moet dus 1,87 naar links verschoven worden om bij 45 meter 800 punten te halen. Dit kan door d te vervangen door $d+1,87$.
De formule voor B wordt $B = 15,9803 \cdot (d-1,93)^{1,04}$.
Het getal 1,04: neem $d = 45$ in $(d-3,80)^a \approx 41,2^a$. Het getal a moet zo gekozen worden dat $41,2^a = \frac{800}{15,9803} = 50,0616$. Dit heeft als oplossing
$a = {}^{41,2}\log 50,0616 = \frac{\log 50,0616}{\log 41,2} \approx 1,052$. Dit getal komt dus in plaats van 1,04 en de formule voor B wordt $B = 15,9803 \cdot (d-3,80)^{1,052}$.

T-7a De standaardfunctie $f(x) = x^2$ moet 1 naar links verschoven worden en verticaal met factor 0,3 vermenigvuldigd worden.

b De standaardfunctie $f(x) = \frac{1}{x}$ moet 6 naar rechts en 7 omhoog verschoven.

c De standaardfunctie $f(x) = {}^2\log x$ moet 3 naar rechts en 2 omhoog verschoven.

d De standaardfunctie $f(x) = \frac{1}{x}$ moet 1 naar links verschoven worden en verticaal met factor 3 vermenigvuldigd worden.

T-8a Een vermenigvuldiging met –1.

b Nee

c Ja, bijvoorbeeld $f(x) = x^2$ blijft hetzelfde na spiegeling in de y-as.