# Blok 1 - Vaardigheden

***bladzijde 58***

**1a** $\frac{x+2}{x^2}+\frac{2}{x-1}=\frac{(x+2)(x-1)}{x^2(x-1)}+\frac{2\cdot x^2}{x^2(x-1)}=\frac{x^2+x-2+2x^2}{x^2(x-1)}=\frac{3x^2+x-2}{x^2(x-1)}$

**b** $\frac{x-1}{x+4}-\frac{x+4}{x-1}=\frac{(x-1)(x-1)}{(x+4)(x-1)}-\frac{(x+4)(x+4)}{(x+4)(x-1)}=\frac{(x^2-2x+1)-(x^2+8x+16)}{(x+4)(x-1)}=$

$\frac{-10x-15}{(x+4)(x-1)}$

**c** $\frac{4}{2-x}-\frac{4+x}{2+x}=\frac{4(2+x)}{(2-x)(2+x)}-\frac{(4+x)(2-x)}{(2-x)(2+x)}=\frac{(8+4x)-(8-2x-x^2)}{(2-x)(2+x)}=\frac{x^2+6x}{(2-x)(2+x)}$

**d** $\frac{x}{2}-\frac{2x^2+1}{4x}=\frac{x\cdot 4x}{2\cdot 4x}-\frac{(2x^2+1)\cdot 2}{2\cdot 4x}=\frac{4x^2-(4x^2+2)}{8x}=\frac{-2}{8x}=-\frac{1}{4x}$

**e** $\frac{1}{2x-1}+\frac{2x+1}{x+1}=\frac{1\cdot(x+1)}{(2x-1)(x+1)}+\frac{(2x+1)(2x-1)}{(2x-1)(x+1)}=\frac{(x+1)+(4x^2-1)}{(2x-1)(x+1)}=\frac{4x^2+x}{(2x-1)(x+1)}$

**f** $\frac{-x^3}{2x-1}+\frac{2x^2+1}{4}=\frac{-4x^3}{4\cdot(2x-1)}+\frac{(2x^2+1)(2x-1)}{4\cdot(2x-1)}=\frac{-4x^3+4x^3-2x^2+2x-1}{4\cdot(2x-1)}=$

$\frac{-2x^2+2x-1}{4\cdot(2x-1)}$

**2a** $\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x^3}-\frac{4}{x^4}=\frac{2x^2}{x^4}+\frac{3x}{x^4}-\frac{4}{x^4}=\frac{2x^2+3x-4}{x^4}$

**b** $\frac{-x}{x-2}+3=\frac{-x}{x-2}+\frac{3(x-2)}{x-2}=\frac{-x+3x-6}{x-2}=\frac{2x-6}{x-2}$

**c** $\frac{x}{x+1}-x=\frac{x}{x+1}-\frac{x(x+1)}{x+1}=\frac{x-(x^2+x)}{x+1}=\frac{-x^2}{x+1}$

**d** $x+2-\frac{3}{x-1}=\frac{(x+2)(x-1)}{x-1}-\frac{3}{x-1}=\frac{(x^2+x-2)-3}{x-1}=\frac{x^2+x-5}{x-1}$

***bladzijde 59***

**3a** $\frac{-2x^2}{5}\cdot\frac{10}{3x}=\frac{-20x^2}{15x}=\frac{-4x}{3}=-1\frac{1}{3}x$

**b** $\frac{-x}{4}\cdot\frac{-8}{x^3}=\frac{8x}{4x^3}=\frac{2}{x^2}$

**c** $3x\cdot\frac{-2}{x}\cdot-\frac{3}{4}=\frac{3x}{1}\cdot\frac{-2}{x}\cdot\frac{-3}{4}=\frac{18x}{4x}=4\frac{1}{2}$

**d** $-x^2\cdot\frac{-1}{x^3}=\frac{x^2}{x^3}=\frac{1}{x}$

**e** $\frac{5}{3x}\cdot-\frac{1}{3}x=\frac{5}{3x}\cdot\frac{-x}{3}=\frac{-5x}{9x}=-\frac{5}{9}$

**f** $\frac{-5}{3x^2}\cdot-1\frac{1}{2}x=\frac{-5}{3x^2}\cdot\frac{-3x}{2}=\frac{15x}{6x^2}=\frac{5}{2x}$

**4a** $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^2=(2x)^2-2\cdot 2x\cdot\frac{1}{x}+\left(\frac{1}{x}\right)^2=4x^2-4+\frac{1}{x^2}$

**b** $-2x^3\cdot\left(\frac{4}{x^2}+\frac{3}{x}-1\right)=\frac{-8x^3}{x^2}-\frac{6x^3}{x}+2x^3=-8x-6x^2+2x^3$

**c** $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)=x^2-\left(\frac{1}{x}\right)^2=x^2-\frac{1}{x^2}$

**d** $\frac{-3}{x^2}(x^2+3x+2)=\frac{-3x^2}{x^2}+\frac{-9x}{x^2}+\frac{-6}{x^2}=\frac{-3x^2-9x-6}{x^2}=-\frac{3x^2+9x+6}{x^2}$

***bladzijde 60***

**5a** $\frac{2x}{x+1}=\frac{1}{6x}\Rightarrow 2x\cdot 6x=1\cdot(x+1)\Rightarrow 12x^2=x+1\Rightarrow 12x^2-x-1=0\Rightarrow$

$x_1=\frac{1+\sqrt{(-1)^2-4\cdot 12\cdot(-1)}}{24}=\frac{1+\sqrt{49}}{24}=\frac{1+7}{24}=\frac{1}{3}$ of

$x_2=\frac{1-\sqrt{(-1)^2-4\cdot 12\cdot(-1)}}{24}=\frac{1-\sqrt{49}}{24}=\frac{1-7}{24}=-\frac{1}{4}$ (beide oplossingen voldoen)

**b** $\frac{x^2+1}{x^2-1}=5\Rightarrow x^2+1=5\cdot(x^2-1)\Rightarrow x^2+1=5x^2-5\Rightarrow 4x^2=6\Rightarrow$

$x^2=1\frac{1}{2}\Rightarrow x=\sqrt{1\frac{1}{2}}$ of $x=-\sqrt{1\frac{1}{2}}$ (beide oplossingen voldoen)

**c** $\frac{2}{x-1}=\frac{4x}{x+3}\Rightarrow 2\cdot(x+3)=4x\cdot(x-1)\Rightarrow 2x+6=4x^2-4x\Rightarrow$

$4x^2-6x-6=0\Rightarrow 2x^2-3x-3=0\Rightarrow$

$x_1=\frac{3+\sqrt{(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-3)}}{4}=\frac{3+\sqrt{33}}{4}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{33}$ of

$x_2=\frac{3-\sqrt{(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-3)}}{4}=\frac{3-\sqrt{33}}{4}=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{33}$ (beide oplossingen voldoen)

**d** $-2\cdot\frac{1}{x}+2\cdot\frac{1}{4x}=3\Rightarrow\frac{-2}{x}+\frac{2}{4x}=3\Rightarrow\frac{-4}{2x}+\frac{1}{2x}=3\Rightarrow\frac{-3}{2x}=3\Rightarrow 2x=-1\Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

**6a** $\frac{\frac{p}{p-1}}{3}=\frac{\frac{p}{p-1}\cdot(p-1)}{3\cdot(p-1)}=\frac{p}{3(p-1)}$

**b** $\frac{\frac{x-1}{x^2}}{\frac{1}{x}}=\frac{\frac{x-1}{x^2}\cdot x^2}{\frac{1}{x}\cdot x^2}=\frac{x-1}{x}$

**7a** $f(x)=2x-5+\frac{3}{x+1}$ Het domein wordt beperkt door de $x+1$ in de noemer, die mag geen 0 zijn.
Dus $D_f=\langle\leftarrow,-1\rangle\cup\langle-1,\rightarrow\rangle$.

**b** $f(x)=2x-5+\frac{3}{x+1}=\frac{(2x-5)(x+1)}{x+1}+\frac{3}{x+1}=\frac{2x^2+2x-5x-5+3}{x+1}=\frac{2x^2-3x-2}{x+1}$

**c** $f(x)=0 \Rightarrow \frac{2x^2-3x-2}{x+1}=0 \Rightarrow 2x^2-3x-2=0 \Rightarrow$

$x_1=\frac{3+\sqrt{(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-2)}}{4}=\frac{3+\sqrt{25}}{4}=\frac{3+5}{4}=2$ of

$x_2=\frac{3-\sqrt{(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-2)}}{4}=\frac{3-\sqrt{25}}{4}=\frac{3-5}{4}=-\frac{1}{2}$

De oplossing is dus $x=2$ of $x=-\frac{1}{2}$.

**8a** $f(x)=\frac{3}{x}+\frac{2}{x-4}$ het domein is dan: $D_f=\langle\leftarrow, 0\rangle\cup\langle 0, 4\rangle\cup\langle 4, \rightarrow\rangle$.

**b** $f(x)=\frac{3}{x}+\frac{2}{x-4}=\frac{3(x-4)}{x(x-4)}+\frac{2x}{x(x-4)}=\frac{3x-12+2x}{x(x-4)}=\frac{5x-12}{x(x-4)}$

***bladzijde 61***

**9a** $\frac{1}{3}p\left(\frac{1}{p^2}-\frac{2}{p}\right)=\frac{p}{3}\cdot\frac{1}{p^2}-\frac{p}{3}\cdot\frac{2}{p}=\frac{p}{3p^2}-\frac{2p}{3p}=\frac{1}{3p}-\frac{2}{3}$

**b** $-\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3p}+6\right)=\frac{-4}{9p}-\frac{12}{3}=-\frac{4}{9p}-4$

**c** $\frac{(p-1)^2-(p+1)^2}{p^2}=\frac{(p^2-2p+1)-(p^2+2p+1)}{p^2}=\frac{-4p}{p^2}=-\frac{4}{p}$

**d** $\frac{-2}{p^2}(p^3-4p^2+3p+2)=\frac{-2p^3+8p^2-6p-4}{p^2}$

**10a** Een snijpunt met de $x$-as vind je door op te lossen $f(x)=0$.

Dus $1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0 \Rightarrow \frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}=0 \Rightarrow \frac{x^2+x+1}{x^2}=0 \Rightarrow x^2+x+1=0$

Voor deze laatste kwadratische vergelijking geldt: Discriminant =

$D=1^2-4\cdot 1\cdot 1=1-4=-3<0$

De vergelijking heeft dus geen oplossing. Er zijn dus geen snijpunten met de $x$-as.

**b** Eén eenheid naar rechts schuiven betekent dat je $x$ moet vervangen door $x-1$.

Je krijgt dan: $g(x)=f(x-1)=\frac{(x-1)^2+(x-1)+1}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x+1+x-1+1}{(x-1)^2}=\frac{x^2-x+1}{(x-1)^2}$

**c** Eén eenheid naar beneden schuiven betekent dat de functiewaarden 1 kleiner worden.

Je krijgt dan

$h(x)=g(x)-1=\frac{x^2-x+1}{(x-1)^2}-1=\frac{x^2-x+1}{(x-1)^2}-\frac{(x-1)^2}{(x-1)^2}=\frac{x^2-x+1}{(x-1)^2}-\frac{x^2-2x+1}{(x-1)^2}=\frac{x}{(x-1)^2}$

**11a** De tweede vergelijking: $3x-2y=4 \Rightarrow -2y=-3x+4 \Rightarrow y=1\frac{1}{2}x-2$

**b** De eerste vergelijking: $\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=-4 \Rightarrow$ (tweede vergelijking invullen)

$\frac{2}{x}+\frac{3}{1\frac{1}{2}x-2}=-4 \Rightarrow \frac{2}{x}+\frac{6}{3x-4}=-4$

**c** $\frac{2}{x}+\frac{6}{3x-4}=-4 \Rightarrow \frac{2(3x-4)}{x(3x-4)}+\frac{6x}{x(3x-4)}=-4 \Rightarrow \frac{6x-8+6x}{x(3x-4)}=-4 \Rightarrow$

$\frac{12x-8}{x(3x-4)}=\frac{-4}{1} \Rightarrow 12x-8=-4x(3x-4) \Rightarrow 12x-8=-12x^2+16x \Rightarrow$

$12x^2-4x-8=0 \Rightarrow 3x^2-x-2=0 \Rightarrow (3x+2)(x-1)=0 \Rightarrow$

$3x+2=0 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$ of $x-1=0 \Rightarrow x=1$

**d** $x=-\frac{2}{3} \Rightarrow y=1\frac{1}{2}\cdot-\frac{2}{3}-2=-1-2=-3$

$x=1 \Rightarrow y=1\frac{1}{2}\cdot 1-2=-\frac{1}{2}$

De oplossingen zijn dus $x=-\frac{2}{3}$ en $y=-3$ of $x=1$ en $y=-\frac{1}{2}$.

**12** $\begin{cases} y-2x=-2 \Rightarrow y=2x-2 \\ \frac{y}{x}+1=x \end{cases}$ De eerste vergelijking invullen in de tweede geeft

$\frac{2x-2}{x}+1=x \Rightarrow \frac{2x-2}{x}+\frac{x}{x}=x \Rightarrow \frac{3x-2}{x}=\frac{x}{1} \Rightarrow 3x-2=x^2 \Rightarrow$

$x^2-3x+2=0 \Rightarrow (x-2)(x-1)=0 \Rightarrow x=2$ of $x=1$

$x=2 \Rightarrow y=2\cdot 2-2=2$ en $x=1 \Rightarrow y=2\cdot 1-2=0$

De oplossingen zijn dus: $x=2$ en $y=2$ of $x=1$ en $y=0$.